

Stefano Toschi Simone Santini Flavio Zattera Ivo Peretto

IL MANUALE DELLE STELLE VARIABILI



GUIDA ALL' OSSERVAZIONE
E ALLO STUDIO
DELLE STELLE VARIABILI

I° Edizione@2006

Sommario

0. Prefazione

1. Introduzione alle stelle variabili

- 1.1 Un po' di storia
- 1.2 L'osservazione amatoriale

2. Una serata osservativa tipo

- 2.1 Preparazione di un programma osservativo
- 2.2 Equipaggiamento necessario
- 2.3 Passo per passo di una sessione osservativa

3. Il dato fotometrico

- 3.1 Effetti sull'osservazione
- 3.2 Affinare la propria tecnica osservativa

4. Metodi visivi fotometrici delle stelle variabili

- 4.1 Metodo frazionario
- 4.2 Metodo a gradini di Argelander
- 4.3 Metodo a gradini di Pogson

5. Personalizzazione della sequenza di confronto

- 5.1 Sequenza di confronto con almeno tre stelle di confronto
- 5.2 Sequenze incomplete
- 5.3 Precisione dell'osservazione

6. Elaborazione della stima temporale

- 6.1 La correzione eliocentrica
- 6.2 Note sull'uso della correzione eliocentrica
- 6.3 L'uso delle effemeridi

7. Ottenere la curva di luce

- 7.1 Il Compositage
- 7.2 Alcune sigle
- 7.3 Il massimo medio per le Cefeidi
- 7.4 Tracciare la curva di luce e ottenere il tempo del massimo
- 7.5 Costruzione della curva di luce senza le magnitudini di confronto
- 7.6 Il metodo di simmetria per il minimi

8. Il Decalage sistematico

9. Fotometria differenziale di stelle variabili al CCD

- 9.1 Un cenno sulle sequenze di cartine al CCD
- 9.2 Metodo per iniziare a stilare una sequenza fotometrica riferita a una variabile
- 9.3 Il CCD e la fotometria differenziale
- 9.4 La normalizzazione dell'immagini
- 9.5 Fotometria differenziale e coefficienti di trasformazione del colore

10. Analisi dei dati

- 10.1 La raccolta dei dati
- 10.2 Gli errori nelle osservazioni
- 10.3 Indici statistici
- 10.4 Come esprimere i dati
- 10.5 Un primo sguardo alla curva di luce
- 10.6 Il grafico di faes e il compositage
- 10.7 Aggiustamento della sequenza personale
- 10.8 L'effetto Carnevali nelle osservazioni visuali
- 10.9 Interpolazione e costruzione di modelli matematici
- 10.10 Note sulla ricerca dei massimi e dei minimi
- 10.11 Generalità sui metodi di analisi dei periodi
- 10.12 Uso delle effemeridi
- 10.13 Il diagramma O-C
- 10.14 Calcolo delle effemeridi
- 10.15 Costruzione di modelli per le binarie ad eclisse

11. Tipi di stelle variabili

- 11.1 Variabili eruttive
- 11.2 Variabili pulsanti
- 11.3 Variabili di rotazione
- 11.4 Variabili cataclismatiche
- 11.5 Variabili ad eclisse
- 11.6 Sorgenti di raggi X variabili
- 11.7 Altri tipi di variabili

Appendici

- A** Calcolo di ϵ e conversione degli equinozi
- B** Principi ed applicazioni elementari di fotometria
- C** Limiti di magnitudine di binocoli e telescopi
- D** Finestra osservativa ordinata per A.R.
- E** Scegliere le cartine dell'AAVSO
- F** Precisione del tempo nelle osservazioni delle variabili
- G** I nomi delle stelle variabili
- H** Nomi delle costellazioni e loro abbreviazioni
- I** Frequenza di osservazione delle stelle variabili
- L** Codici AAVSO
- M** Preparazione delle sequenze di confronto
- N** Calibrazione delle osservazioni visuali

Bibliografia

1. Introduzione alle stelle variabili

1.1 UN PO' DI STORIA

Lo splendore di molte stelle non è costante ma varia in modo più o meno ampio. Vi sono in totale circa una quarantina di diverse classi di stelle variabili, molte delle quali comprendono delle sottoclassi caratterizzate da particolari proprietà degli oggetti ad esse appartenenti. Il periodo di variazione va da qualche ora a decine di anni.

La prima stella variabile scoperta è stata **Mira**, nella costellazione della Balena. Fu osservata per la prima volta dall'astronomo olandese **David Fabricius**, che la prese per una nova. Nessuno la notò più fino al 1603, quando il tedesco **Johann Bayer** la inserì nel suo atlante. Qualche tempo dopo essa svanì misteriosamente, riapparendo dopo meno di un anno. Nel 1662 se ne stabilì il periodo e l'intervallo di variazione luminosa; fu **Johannes Hevelius** a proporre per lei, dato il suo stranissimo comportamento, il nome Mira, "meravigliosa", in latino. Qualche volta la variabilità è esterna alla struttura fisica della stella. E' questo il caso delle variabili ad eclisse, il cui prototipo è **Algol**, nel Perseo. La variabilità è prodotta dal fatto che Algol è una stella doppia e le due componenti, quasi a contatto, orbitano su un piano quasi coincidente con la visuale: ogni volta che la stella meno brillante passa davanti alla più luminosa avviene un calo di luce. La variabilità di Algol fu scoperta da **Geminiano Montanari** nel 1667 ma il merito di averne posta in evidenza la periodicità ed averne intuito la causa spetta a **John Goodricke**, un appassionato astrofilo, sordomuto, spentosi ad appena 22 anni d'età nel 1786. Solo nel 1889, tuttavia, l'ipotesi poté essere confermata spettroscopicamente dal tedesco **Hermann Carl Vogel**, che rilevò i caratteristici spostamenti verso il rosso e il blu (corrispondenti all'allontanamento e all'avvicinamento di una sorgente luminosa) della luce della stella primaria che si muove sotto l'influenza gravitazionale della compagna.

In altri casi la variabilità risiede, invece, nella struttura stessa delle stelle, come nelle variabili tipo Mira o nelle cefeidi, il cui prototipo è **delta Cephei**, stelle che variano di luminosità pulsando regolarmente. In esse viene a mancare l'equilibrio fra la forza di gravità (che spinge verso l'interno) e la pressione della radiazione e dei gas (che spingono verso l'esterno), che garantisce stabilità alla struttura stellare. Gli atomi di elio ionizzati che si trovano nell'atmosfera delle cefeidi vengono ionizzati una seconda volta dalla radiazione proveniente dall'interno stellare e diventano opachi: la luce non riesce più a passare e preme contro l'atmosfera facendola espandere e aumentando la luminosità e le dimensioni della stella. Nel corso dell'espansione, poi, l'atmosfera si raffredda e l'elio ritorna trasparente, permettendo alla radiazione di fluire e alla stella di ritornare ai parametri originari. Vi sono poi variabili che esibiscono mutamenti ingenti e improvvisi. Chiamate variabili cataclismiche, comprendono vari sottotipi, fra cui novae, novae nane, novae ricorrenti. La variazione luminosa, solitamente non periodica e talvolta di ampiezza superiore a 7-8 magnitudini, è causata dall'interazione tra le componenti di sistemi a contatto nei quali del gas viene catturato da una nana bianca alla compagna fredda, rossa. Il gas forma, così, un disco di accrescimento attorno alla nana. Nelle novae nane, in particolare, può accadere che un getto di gas colpisca, ad altissima velocità, il disco d'accrescimento in modo che l'energia cinetica si trasformi in energia termica creando una cosiddetta "macchia calda", luminosissima, che genera un improvviso aumento di luce.

1.2 L'OSSERVAZIONE AMATORIALE

Nello studio delle stelle variabili, a livello amatoriale, possiamo distinguere tre fasi.

- Osservazione, costituita dal rilevamento di tre dati: il dato fotometrico, o stima; il dato temporale, giorno e ora in cui è stata effettuata la stima; condizioni generali, descrizione delle condizioni al contorno.
- Elaborazione di primo livello: i dati rilevati durante l'osservazione vengono elaborati al fine di ottenere grandezze coerenti per la costruzione della curva di luce. Generalmente la stima grezza viene elaborata in magnitudini, il tempo trasformato in giorni giuliani o in fasi, il tutto per ogni singolo osservatore.
- Elaborazione di secondo livello: mentre l'elaborazione di primo livello è strettamente personale, cioè specifica di ogni osservatore, l'elaborazione di secondo livello si occupa di cumulare insieme le stime di più osservatori e inizia un'analisi preliminare delle curve ottenute.

2. Una serata osservativa tipo

Fare della fotometria in visuale di stelle variabili non è difficile e, una volta imparata la tecnica, si rivela uno dei più appassionanti (oltre che utili) campi di ricerca.

2.1 PREPARAZIONE DI UN PROGRAMMA OSSERVATIVO

COSA DOVRESTI CONOSCERE

Fare della fotometria visuale di stelle variabili non implica particolari conoscenze. Dovresti perlomeno saper riconoscere le costellazioni e, attraverso una mappa, le stelle principali. Inizialmente ti sembrerà difficile trovare la stella variabile in mezzo a tante stelle uguali: è normalissimo! Un po' di pazienza ed esperienza ti porteranno a riconoscere il campo con facilità.

ESPANDI IL TUO PROGRAMMA

A mano a mano che acquisirai esperienza prova ad espandere il tuo programma considerando stelle diverse tra loro. Se le stelle che stai osservando sono circumpolari potrai seguirle tutto l'anno mentre altre saranno visibili solo in alcuni periodi.

FATTORI NELLA SCELTA DEL PROGRAMMA

Ci sono dei fattori da considerare affinché il tuo studio abbia successo:

- **LA LOCAZIONE GEOGRAFICA:** scegli quelle stelle che sono ben visibili alte nel cielo della tua zona. E' inutile cercare di fare della fotometria di stelle prossime all'orizzonte. Considera anche dove andrai ad osservare (osservatorio, giardino di casa, balcone ecc.), perché ci sono stelle che necessitano di essere osservate per più giorni consecutivamente, altre che invece puoi stimare anche una volta a settimana. **(vedi appendice I)**

- **CONDIZIONI DEL CIELO:** questo è un punto importante. Se dove abiti (o vai ad osservare) hai in media più giornate coperte che libere da nubi, non provare a fare fotometria di stelle a corto periodo ma scegli stelle che possano essere stimate anche solo una volta a settimana. Se invece hai la fortuna di abitare dove il cielo è spesso sereno ti raccomando l'osservazione di stelle a corto o cortissimo periodo.

- **INQUINAMENTO LUMINOSO:** questo fattore limita la possibilità di osservare stelle di magnitudini elevate. Molti osservatori di variabili conducono la loro attività da cieli cittadini, basta scegliere le stelle più luminose del programma .

RICORDA: è più utile osservare dal giardino di casa con un cielo moderatamente inquinato da luci che percorrere chilometri per trovare un sito buio. Un semplice assioma dice che il numero di osservazioni che farai è inversamente proporzionale alla strada che devi percorrere per farle.

2.2 *EQUIPAGGIAMENTO NECESSARIO*

EQUIPAGGIAMENTO OTTICO: per avere successo nell'osservazione delle stelle variabili avrai bisogno di perseveranza, pazienza e il giusto equipaggiamento ottico (**vedi appendice C**):

- **BINOCOLI:** per chi inizia a fare osservazioni di variabili il binocolo è tutto quello di cui ha bisogno.

Solitamente i binocoli sono facili da usare, da trasportare ed anche economici.

Ovviamente si dovranno scegliere stelle che siano visibili con un binocolo.

Potrai iniziare con dei buoni binocoli 7X50 o 10X50, che sono tra i più apprezzati dagli osservatori di variabili.

Se vorrai prenderti modelli più grandi ricordati che dovrai conteggiare anche la spesa per una montatura.

- **TELESCOPIO:** *non esiste il telescopio ideale per fare variabili!*

Le stelle variabili possono essere osservate con qualsiasi modello ed apertura.

La magnitudine limite dipende solo dall'apertura del telescopio ma, una volta conosciuta, potrai scegliere tutte quelle stelle che il tuo telescopio ti permetterà di osservare.

Per dare comunque un'indicazione il modello preferito dagli osservatori di stelle variabili è solitamente un riflettore da almeno 15cm di diametro e a corta focale da f/4 a f/8.

- **OCULARI:** le stelle variabili non richiedono alti ingrandimenti, anzi maggiore è il campo del tuo oculare e più facilmente potrai osservare le stelle di paragone.

Quindi consiglio un oculare a basso ingrandimento che dia da 20 a 70 ingrandimenti.

Oltre a questi si consiglia di avere almeno altri due oculari che diano maggiori ingrandimenti qualora avessi bisogno di osservare stelle deboli che richiedono maggior contrasto con il fondo cielo.

- **MONTATURA:** altazimutale o equatoriale non importa.

L'importante è che sia adeguata al tuo telescopio, immagini tremolanti rendono l'osservazione frustrante!

ATLANTI STELLARI: avrai senz'altro bisogno di un atlante stellare che ti aiuti a trovare il campo della variabile.

Consiglierei un buon atlante da computer come Megastar, Cartes Du Ciel o altri similari

LE CARTINE CON LE STELLE DI PARAGONE: per queste cartine il GRAV si rifà completamente, o quasi all'AAVSO dove si possono scaricare le cartine con le stelle di paragone.

E' importante usare solo queste cartine per avere dati concordanti.

Se si utilizzano le stesse stelle di paragone ma con magnitudini diverse avrai senz'altro delle diversità nelle tue osservazioni da quelle degli altri osservatori. **(vedi appendice E)**

OROLOGIO: quando fai un'osservazione è importante riportare l'ora in cui l'hai fatta. Consiglio di acquistare un economico orologio radio sincronizzato.

2.3 PASSO PER PASSO DI UNA SESSIONE OSSERVATIVA

Eccoci arrivati alla parte finalmente alla parte più interessante: l'osservazione.

Da dove partire? Ecco alcune nozioni utili:

CHE STELLE OSSERVARE?

1) Devi scegliere stelle che siano visibili in quel periodo dell'anno, a meno che non si scelga di osservare stelle circumpolari visibili tutto l'anno **(vedi appendice D)**.

La seconda cosa da fare è vedere il range di magnitudine che ha questa stella ovvero: se, ad esempio, sono in possesso di un telescopio da 150mm è inutile che tenti di osservare una stella cataclismatica che varia tra le magnitudini 12 e 15, con molta probabilità non la vedrò mai!

Quindi trova la magnitudine limite del tuo telescopio e mantieniti almeno una o due magnitudini sotto questo limite.

2) Oltre che la magnitudine limite devi anche chiederti un'altra cosa.

Con quale frequenza posso osservare questa stella?

Se per motivi di lavoro o tempo non puoi osservare più di una volta a settimana scegli stelle che abbiano un lungo periodo di variazione.

Se invece hai la fortuna di poterti recare ad osservare quasi tutte le sere concentrati su stelle che hanno un breve periodo di variazione.

3) Quindi ho trovato la stella che mi interessa osservare, scarichiamo la cartina AAVSO della giusta scala (a, b, c ecc...).

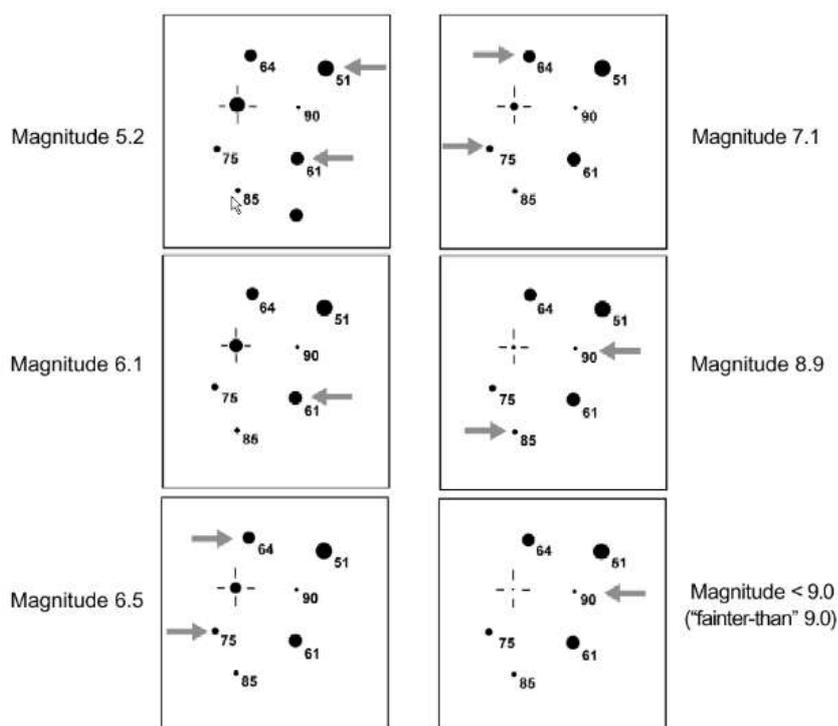
4) Usciamo con il nostro telescopio (o binocolo) e cerchiamo la stella nella costellazione.

5) Una volta trovata la stella stimiamone la magnitudine con le stelle di riferimento.

Di seguito è illustrato un esempio di come valutare la magnitudine della stella variabile (delimitata da un crocicchio) in comparazione con le magnitudini delle stelle di riferimento indicate nella cartina.

Ovviamente nella visione reale le stelle sono sempre puntiformi, ma le dimensioni dei dischetti con i quali vengono rappresentate sono proporzionali alla luminosità.

E' chiaro che un buon allenamento è alla base per ottenere misure molto precise. I metodi per poter stimare una stella variabile sono descritti nel capitolo 4.



6) Registriamo l'osservazione con i seguenti dati:

| <i>data: gg/mm/aaaa</i> | | <i>J.D.</i> | <i>strumento</i> | | <i>condizioni del cielo</i> | |
|-------------------------|---------|-------------|------------------|-------|-----------------------------|--------|
| Variabile | Design. | tempo | Magn. | Comp. | carta | codice |

Ovvero devo registrare la data dell'osservazione, lo strumento utilizzato (binocolo, telescopio da 8" ecc.), le condizioni del cielo (umidità nell'aria, parzialmente nuvoloso, sereno ecc.), il nome della variabile (ad esempio **Z UMa**), la designazione (per **Z UMa: 1151+58**), il tempo in ore, minuti e secondi [in tempo locale poi la trasformerai in UT e quindi JD (giorni giuliani)], la magnitudine della stella variabile fino al primo decimale dopo la virgola, la magnitudine delle stelle di paragone (quelle scritte nella cartina AAVSO che hai utilizzato per stimare la magnitudine della variabile), la cartina AAVSO utilizzata (ovvero la scala utilizzata e l'anno di pubblicazione della cartina che trovi scritto: Sb52 = Standard della scala B dell'anno 1952), e infine il codice.

Questi codici sono stati unificati dall'AAVSO per indicare una particolare caratteristica dell'osservazione (**vedi appendici F e L**).

7) Hai finito ora puoi passare alla stella successiva.

3. Il Dato Fotometrico

3.1 EFFETTI SULL'OSSERVAZIONE

Passiamo ad alcuni fattori che influenzano l'osservazione delle variabili.

- Il fenomeno più conosciuto è *l'effetto Purkinje*, per cui le stelle rosse appaiono sistematicamente meno luminose di quelle gialle. Conviene quindi scegliere stelle di confronto con spettri simili a quelli della variabile da osservare.

- Poiché gli elementi fotosensibili possiedono una diversa sensibilità alle varie lunghezze d'onda, conviene costruirsi una curva di calibratura, proprio come le lastre fotografiche. Tale procedimento prende il nome di *personalizzazione della sequenza di confronto* (descritto nel cap. 5). Bisogna però fare attenzione a stimare sempre la stella in visione diretta e mai in visione distolta, perché le due stime sarebbero difficilmente confrontabili.

- Non bisogna mai stimare stelle prossime alla magnitudine limite dello strumento. Anche lavorare con stelle troppo luminose potrebbe falsare le stime. Empiricamente si è determinato un intervallo di magnitudini ottimali per la stima. Nel caso dell'occhio nudo si è osservato che, in una serata di magnitudine limite uguale a 6, le stime più precise si hanno con stelle comprese tra la 3^a e la 5^a magnitudine. E' opportuno mantenersi in questo intervallo ottimale; se si fosse dotati di un telescopio di 200 mm di diametro che raggiunge, in una serata, la magnitudine di 13,5, il campo di studio oscillerebbe tra la 10,5 e la 12,5, e così via.

- Occorre lasciare all'occhio il tempo sufficiente per adattarsi al buio. L'adattamento al buio dei nostri occhi, varia da persona a persona ma comunque è consigliabile far trascorrere tra 30 e i 45 minuti (nel frattempo potete andarvi a scorgere le meraviglie del cielo) prima di andare a fare stime sulle stelle variabili.

3.2 AFFINARE LA PROPRIA TECNICA OSSERVATIVA

Stime ripetute per molti giorni o settimane, porteranno il desiderio di una maggiore precisione.

Se le vostre osservazioni presentano un'imprecisione di 0,5 magnitudini, presto brucerete dalla voglia di sapere se è realmente la stella a cambiare così tanto o se si tratta di qualcosa legato alla vostra vista.

Come in altri ambiti scientifici, i dati più interessanti si trovano proprio laddove gli errori di misura iniziano a confondere tutto.

Ecco alcuni metodi che, quando saranno disponibili stelle di confronto valide, vi aiuteranno a ridurre la media dei vostri errori a 0,1 magnitudini o anche meno.

Seguiteli bene e vi troverete immersi nei problemi di analisi degli errori e di misurazioni precise che sono il fulcro intorno al quale ruota ogni branca della scienza.

Volgetevi alle stelle senza preconcetti.

Sgombrate la mente dall'idea di quello che la variabile "dovrebbe" fare; registrate esattamente quello che i vostri occhi vedono.

Se vi adagiate sul fatto che la stella non può essere cambiata di 0,5 magnitudini dalla notte scorsa, potreste cercare di "correggere" le vostre impressioni.

Questa è la cosa peggiore che potete fare alla vostra precisione e vale la pena di capirne il perché.

Gli errori nelle misurazioni scientifiche rientrano in due categorie: casuali e sistematici.

Quelli casuali tendono ad annullarsi in modo prevedibile in breve tempo, allo stesso modo in cui la tendenza a cadere di testa o di croce di una moneta si avvicinerà al 50 per cento per parte tante più volte sarà lanciata in aria.

Gli errori sistematici sono quelli che non si eliminano, per tornare all'esempio precedente, è come se la moneta fosse truccata, e quindi sono i più insidiosi.

Nel caso dell'osservazione delle stelle variabili, gli errori sistematici corrispondono ai preconcetti negli occhi e nella mente dell'osservatore.

Quindi, se registrate esattamente *ciò che osservate*, senza condizionamenti, i vostri errori saranno molto probabilmente solo quelli casuali e potrete star certi che, vi avvicinerete alla verità più che con qualsiasi altro "miglioramento" siate riusciti a mettere insieme (matematicamente gli errori casuali diminuiscono con il quadrato del numero delle misure effettuate, quindi la media di quattro stime ha la metà degli errori di una stima sola).

Naturalmente, siate pronti a scartare qualsiasi stima che ritenete possa essere il risultato di qualche malinteso o disattenzione (per approfondimenti si legga il paragrafo 10).

Muovete gli occhi.

Guardate avanti ed indietro la stella che state valutando, controllandola costantemente e rivedendo le vostre impressioni. Se la variabile sembra essere ad un terzo della differenza di luminosità che dalla stella A va alla B, cercate di convincervi che si trova ad un quarto di questa strada, ed in seguito a metà strada. Siete allo stesso modo facilmente convinti che possano essere vere entrambe le ipotesi? In questo caso la verità sta nel mezzo. Se una sembra più plausibile dell'altra, spostate l'ipotetica luminosità con cui siete partiti e riformulate altre due ipotesi. Questa prova del limite d'incertezza viene chiamata aggiustamento dell'osservazione e dovrete cercare di farla diventare un'abitudine.

Usate la tecnica della messa fuori fuoco.

E' più facile confrontare le luminosità di dischi piuttosto che di punti quindi, girate la manopola di messa a fuoco. Più le stelle sono luminose più le potete sfocare (questo metodo è consigliato solo ad osservatori esperti).

C'è solo una cosa contro cui non potete fare nulla: la vostra età. Il cristallino dell'occhio umano nel corso degli anni ingiallisce, facendo sembrare le stelle rosse sempre più rosse rispetto a quelle bianche

4. Metodi visivi fotometrici per corpi stellari

Tutti i metodi di stima visuale sono basati sul confronto della variabile con almeno due stelle di luminosità nota, una più luminosa, l'altra meno. Questi metodi si possono sommariamente dividere in *frazionari* e *a gradini*.

Il lettore non si spaventi dell'apparente soggettività dei metodi che illustreremo che spesso richiedono giudizi qualitativi più che quantitativi; i risultati così raggiunti sono comunque discreti.

4.1 METODO FRAZIONARIO

E' uno dei più indicati per chi è alle prime armi; in questo metodo la luminosità della stella è posta mentalmente tra quelle di due stelle di confronto, ed espressa in termini di frazione. La luminosità

tra le due stelle di confronto viene divisa opportunamente con frazioni di 1/3, 1/4, ..., 1/10 e 1 luminosità della variabile posta tra esse.

Per esempio, chiamando A la stella più luminosa e B quella meno luminosa, ammettendo che la variabile V sia 2/5 meno luminosa della A e 3/5 più luminosa della B, possiamo suddividere la differenza di luminosità in 5 parti e scrivere:

$$A (2/5) V (3/5) B$$

La luminosità in magnitudini è facilmente calcolabile:

$$M_v = M_A + 2/5(M_B - M_A) = M_B + 3/5(M_B - M_A)$$

Questo metodo non richiede particolare abilità od esperienza e può costituire un valido banco di prova per il principiante.

4.2 METODO A GRADINI DI ARGELANDER

Sostanzialmente il metodo di Argelander è molto simile al metodo a gradini di Pogson, ma i gradini in questo caso sono puramente qualitativi.

Questo metodo è basato sul confronto della variabile V con due stelle A e B di confronto, la prima più luminosa, l'altra meno.

Si stima la differenza di luminosità tra le coppie A-V e V-B, assegnando:

1 *Gradino*: quando le due stelle al primo colpo d'occhio sembrano uguali, e solo **dopo un certo tempo** ci si accorge che una è più luminosa dell'altra;

2 *Gradini*: quando le due stelle sembrano uguali al primo colpo d'occhio, ma **quasi subito dopo** si nota una differenza di luminosità;

3 *Gradini*: quando già al primo colpo d'occhio si nota una certa differenza;

4 *Gradini*: quando alla prima occhiata la differenza è ben evidente;

5 *Gradini*: quando si ha una notevole sproporzione di luminosità nella coppia in esame.

Dopo il 5° gradino il metodo perde rapidamente di precisione e di affidabilità; qualora non si notino differenze di luminosità è possibile assegnare 0 gradini. In caso di incertezza si possono assegnare mezzi gradini.

Da questo duplice confronto si ottiene una stima del tipo:

$$A (g(AV)) V (g(VB)) B$$

dove $g(AV)$ e $g(VB)$ sono i gradini stimati rispettivamente per la coppia A-V e per la coppia V-B. Da questa stima si risale alla magnitudine tramite la **formula di Argelander**:

$$M_v = M_A + \frac{g(AV)}{g(AV) + g(VB)} (M_B - M_A)$$

ove M_A e M_B sono le magnitudini delle stelle di confronto A e B note, ovviamente, a priori.

4.3 METODO A GRADINI DI POGSON

Anche in questo metodo la variabile viene confrontata con quante stelle è possibile (almeno due), una più luminosa e una meno luminosa, stimando mentalmente di quanto la variabile è più o meno luminosa di ognuna in decimi di magnitudine.

L'osservatore dev'essere allenato a distinguere differenze di 0,1 o 0,2 mag., per cui questo metodo si rivela sostanzialmente inadatto a chi non ha ancora acquisito tale abilità osservativa.

Il metodo a gradini di Pogson ha il notevole pregio che permette di scoprire immediatamente una eventuale variabilità nelle stelle di confronto.

5. Personalizzazione della sequenza di confronto

Dopo aver rilevato il dato fotometrico, passiamo all'elaborazione di primo livello dello stesso. D'ora in poi tutti gli appunti saranno *riferiti al metodo di Argelander*.

Per una variabile, calcolare la sequenza di confronto personalizzata, significa adattare le magnitudini delle stelle di confronto (indicate sulle cartine) a ciò che l'osservatore ha realmente osservato.

E' utile quindi costruire una *curva di calibratura* che permetta di livellare alcuni errori sistematici. La personalizzazione ammette a priori le seguenti ipotesi semplificative:

- suppone gli errori distribuiti normalmente, cioè l'indipendenza delle stime, al fine di poter applicare il metodo dei minimi quadrati;
- ipotizza una risposta lineare dell'occhio alle varie magnitudini.

5.1 SEQUENZA PERSONALIZZATA CON ALMENO TRE STELLE DI CONFRONTO

Questo procedimento serve principalmente per ovviare agli errori dovuti alle insufficienti misure fotoelettriche delle carte stellari (caso abbastanza frequente) usate per determinare le magnitudini delle stelle di confronto e per rendere più omogenee le misure degli osservatori. Esso viene qui esplicitato in una versione applicabile a tutti i casi dove le stelle sono tre o più di tre.

Il primo passo da compiere è il calcolo dello *scarto medio* $s(XY)$ in gradini fra le coppie di stelle di confronto X e Y .

Ad esempio, date le seguenti stime, con le stelle A, B, C, D e ovviamente V:

$$\mathbf{A = 6,0 \quad B = 6,8 \quad C = 7,9 \quad D = 8,0}$$

1) A (3) V (2) B; A (3,5) V (1,5) B; A (2,5) V (1) B; A (2) V (1,5) B; A (2) V (2) B;

2) B (1) V (2,5) C; B (2,5) V (1,5) C; B (3) V (1) C; B (3,5) V (1) C; B (3,5) V (1,5) C;
B (3) V (1,5) C; B (2) V (2) C; B (1,5) V (2) C;

3) C (1) V (2,5) D; C (2) V (2) D; C (2,5) V (1,5) D; C (1,5) V (2) D;

Risulta:

$$s(AB) = 1/N \sum (g(AV) + g(VB)) = (5+5+3,5+3,5+4)/5 = 4,2$$

$$s(BC) = 1/N \sum (g(BV) + g(VC)) = (3,5+4+4+4,5+5+4,5+4+3,5)/8 = 4,125$$

$$s(CD) = 1/N \sum (g(CV) + g(VD)) = (3,5+4+4+3,5)/4 = 3,75$$

Per illustrare il metodo, riportiamo ora una *scala personale* costruita su un campionario di stime comprendenti cinque stelle di confronto:

$$A (s(AB)) \quad B (s(BC)) \quad C (s(CD)) \quad D$$

cioè, numericamente:

$$6,0 (4,2) \quad 6,8 (4,125) \quad 7,9 (3,75) \quad 8,0$$

Si fissi ora 0 (zero) gradini per A, quindi $(0+4,2)=4,2$ per B, poi $(0+4,2+4,125)=8,325$ per C, ancora $(0+4,2+4,125+3,75)=12,075$ per D.

Si può così riportare il tutto su di un grafico come quello di **figura 1**, e su una tabella come la **tabella 1**.

Se le magnitudini indicate sulla cartina fossero quelle che l'osservatore ha realmente stimato, i punti dovrebbero disporsi tutti su di un'unica retta. In genere ciò non accade e si rende quindi necessario il calcolo della miglior retta interpolante questi punti mediante *il metodo "dei minimi quadrati"*.

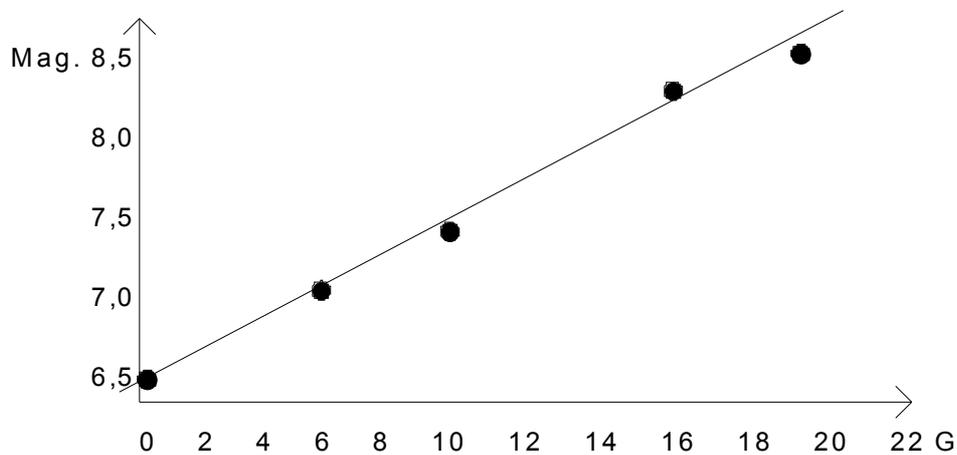


Figura 1 - Esempio di grafico di una scala personale

| <i>Gradini</i> | <i>Mag.</i> |
|----------------|-------------|
| 0 | 6.0 |
| 4.2 | 6.8 |
| 8.325 | 7.9 |
| 12.075 | 8.0 |

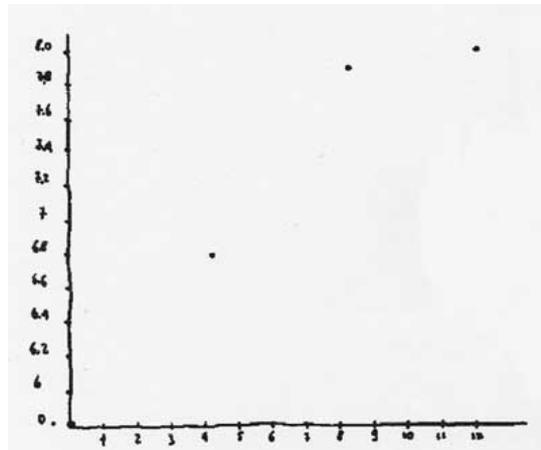
Tabella 1 - Esempio di tabella di una scala personale

Per trovare la magnitudine di y si utilizza la seguente formula (che è l'equazione di una retta): $y = nx + a$

dove a è la magnitudine della 1a stella di confronto, n è il valore medio del gradino di Argelander e x i gradini; a questo punto se la vostra vista è ottimale, otterrete la retta.

Per i dati da usare dovremo fare riferimento alla **tabella 1**.

Nel caso specifico si ottiene la seguente curva:



Per ricavare a ed n si utilizzino le seguenti formule:

$$a = \frac{(\sum y) (\sum x^2) - (\sum x) (\sum y)}{N \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$n = \frac{N (\sum xy) - (\sum x) (\sum y)}{N \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

Dove $\sum x$ è la sommatoria dei gradini:

$$\sum x = 0 + 4,2 + 8,325 + 12,075 = 24,6$$

$\sum x^2$ è la sommatoria del quadrato dei gradini:

$$\sum x^2 = 0 + 17,64 + 69,305 + 145,805 = 232,75$$

$\sum xy$ è la sommatoria dei gradini per le magnitudini:

$$\sum xy = 0 + 28,56 + 65,7675 + 96,6 = 190,9275$$

$\sum y$ è la sommatoria delle magnitudini:

$$\sum y = 6,0 + 6,8 + 7,9 + 8,0 = 28,7$$

N vale 4 se le stelle di confronto sono 4, quindi varia a seconda delle stelle di riferimento.

Quindi risulterà che n vale 0,177 ed a vale 6,086 risulta che:

$$y = 0,177x + 6,086$$

Sostituendo a x i gradini di *tabella 1*, si ha che:

$$A = 6,086 \quad B = 6,829 \quad C = 7,559 \quad D = 8,223$$

saranno questi valori ad essere utilizzati nella formula di Argelander proposta nel paragrafo 3.2.

Si ricordi che questo metodo si può applicare solo se le stelle di confronto sono almeno tre.

5.2 SEQUENZE INCOMPLETE

Alcune sequenze di confronto recano indicate solo parzialmente le magnitudini delle stelle di confronto, creando qualche problema all'osservatore che si accinge ad elaborare le proprie stime. Ciò è dovuto in massima parte all'incompletezza dei cataloghi che riportano le magnitudini UVB, per cui può accadere che nel campo di una variabile siano presenti stelle di confronto le cui magnitudini sono state misurate con metodi differenti: ci si chiede quindi come comportarsi.

Nel caso manchino tutte le magnitudini, ne parlerò al paragrafo 7.5; altrimenti si può usare il sistema alternativo di seguito descritto, diviso in vari casi, fermo restando che il metodo del paragrafo 7.5 è comunque sempre applicabile.

1) Sono note le prime due 2 magnitudini su 3, ad esempio $M_A = 6,2$, $M_B = 6,8$ e $M_C = ?$
 Calcolati gli scarti medi $s(AB)$ e $s(BC)$, si può riportare il valore assoluto della differenza $|M_A - M_B|$ allo scarto $s(AB)$; tale valore, definito **gradino medio**, moltiplicato per $s(BC)$ fornisce una stima dello scarto in magnitudini tra B e C, ed essendo nota M_B si può ricavare M_C come riassunto nella formula seguente:

$$\text{gradino medio} = \frac{|M_A - M_B|}{s(AB)}$$

$$M_C = M_B + s(BC) \cdot \frac{|M_A - M_B|}{s(AB)}$$

Si tenga presente che la differenza tra $M_A - M_B$ deve essere presa in valore assoluto, cioè se $M_A - M_B$ risultasse negativo, si userà il valore $M_B - M_A$.

Nel nostro esempio si ha:

$$s(AB) = 7,5 \text{ grad.}, s(BC) = 5,5 \text{ grad.}, \text{ e } M_C = 6,2 + 5,5 \cdot \frac{0,6}{7,5} = 7,2 .$$

Ora utilizzando le tre magnitudini è possibile costruire una sequenza personale come descritto nel paragrafo 5.1.

2) Sono note le prime 3 mag. su 4, ad esempio $M_A = 6,0$, $M_B = 6,3$, $M_C = 6,8$ e $M_D = ?$
 In questo caso, prima di tutto si calcola una sequenza personale per le sole stelle A, B e C: conoscendo $s(AB) = 5$, $s(BC) = 7$ e $s(CD) = 4$, si trovano le magnitudini personalizzate $M_A = 5,99$, $M_B = 6,32$ e $M_C = 6,79$ (vedi paragrafo 5.1).

A questo punto si calcolano i gradini medi tra A e B e tra B e C utilizzando le magnitudini personalizzate, e si esegue una media aritmetica dei gradini medi (vedi punto precedente per il calcolo del gradino medio). Detta k quest'ultima media, la magnitudine della quarta stella si calcola .

Nel nostro esempio si ha:

$$k = \frac{\left(\frac{|M_A - M_B|}{s(AB)} + \frac{|M_B - M_C|}{s(BC)} \right)}{2} = \frac{0,066 + 0,071}{2} = 0,067;$$

$$M_D = M_C + k \cdot s(CD) = 6,79 + 0,067 \cdot 4 = 7,06 \approx 7,1.$$

Si dovrà, ora, ricalcolare una nuova sequenza personale con le **magnitudini originali** di A, B e C, e con quella appena trovata di D.

- Ogni altro caso può essere ricondotto ad uno dei due precedenti, tenendo presente quanto segue.

Se, per esempio, sono note le ultime 2 mag. su 3, ($M_A = ?$, $M_B = 6,8$, $M_C = 7,2$), ci si può ricondurre al primo caso, modificando però la formula in questo modo:

$$M_A = M_B - s(AB) \cdot \frac{|M_B - M_C|}{s(BC)}$$

Se invece, in generale, sono note le prime n magnitudini su $n+1$, ci si può facilmente ricondurre al secondo apportando opportune modifiche alle medie da calcolare.

Il caso intermedio $M_A = 6,0$, $M_B = 6,3$, $M_C = ?$, $M_D = 7,1$, si risolve con il primo metodo applicato alle sole prime tre stelle.

Infine il caso $M_A = 6,2$, $M_B = ?$, $M_C = 7,2$ richiede di applicare la proprietà del comporre per le proporzioni:

$$|M_A - M_B| : |M_B - M_C| = s(AB) : s(BC);$$

$$\left(|M_A - M_B| + |M_B - M_C| \right) : |M_A - M_B| = [s(AB) + s(BC)] : s(AB);$$

inoltre si ha che:

$$\left(|M_A - M_B| + |M_B - M_C| \right) = |M_A - M_C|.$$

Facendo i conti si trova quanto segue: $s(AB) = 7,5$, $s(BC) = 5,5$ e $|M_A - M_C| = 1,0$.

Così si può impostare la proporzione $1,0 : |M_A - M_B| = 13 : 7,5$, e ricavare che $|M_A - M_B|$ vale $0,58$. A questo punto $M_B = M_A + 0,58 \approx 6,8$.

5.3 PRECISIONE DELL'OSSERVAZIONE

La sequenza personalizzata ci offre un metodo straordinariamente semplice per valutare la bontà delle osservazioni. Oltre alle magnitudini personalizzate, si è infatti potuta trovare una retta interpolatrice, la quale possiede una sua *fascia di confidenza* (figura 5).

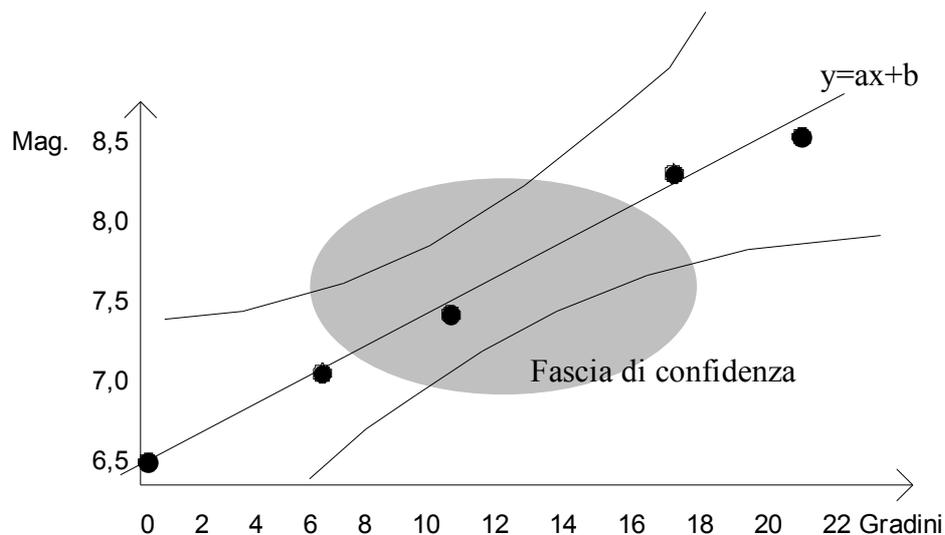


Figura 5 - La fascia di confidenza

Lo studio della fascia di confidenza conduce al ritrovamento di una quantità σ_a che esprime la bontà delle osservazioni. Esistono due strade per lo studio di tale fascia, la più semplice delle quali si riferisce al baricentro dei punti del nostro grafico.

Ricordiamo che le coordinate del baricentro $G(x_G, y_G)$ dei punti sono calcolabili con una media aritmetica; se M è il numero dei punti del grafico, si ha:

$$x_G = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i; y_G = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M y_i.$$

Dopo aver trovato le coordinate di G , si effettua una traslazione degli assi al fine di ottenere un nuovo sistema di riferimento con origine in G ; logicamente le quantità dei Gradini e delle Magnitudini riportati vanno cambiati di conseguenza, e cioè:

$$\text{Nuovo Gradino} = \text{Vecchio Gradino} - x_G;$$

$$\text{Nuova Mag.} = \text{Vecchia Mag.} - y_G.$$

Operate tali modifiche, ed ottenuto il nuovo grafico, dobbiamo calcolarci le seguenti quantità:

$$S_m = \sqrt{\frac{\sum (MC - MP)^2}{M - p}};$$

$$\sigma_a = \frac{S_m}{\sqrt{\sum_{i=1}^M GC_i^2}};$$

$$\sigma_M = \frac{S_m}{\sqrt{M}}.$$

In queste formule si ha che:

- M è il numero di punti del grafico;
- MC sono le magnitudini riferite al nuovo sistema di riferimento;
- MP sono le vecchie magnitudini personalizzate;
- GC sono i gradini riferiti al novo sistema di riferimento;
- p sono i “parametri liberi”, cioè nel nostro caso 2.

Le grandezze appena calcolate definiscono la fascia di confidenza e l'errore delle magnitudini personalizzate. Se infatti nel sistema originario la magnitudine era data dall'equazione $y = ax + b$, e in quello nuovo è data da $y = ax + M$, allora $\Delta Mag. = \sigma_a x + \sigma_M$, esprime l'errore commesso.

La grandezza più significativa tra quelle calcolate è senza dubbio σ_a , che esprime la bontà del valore medio del gradino di Argelander e quindi, più in generale, la bontà delle stime.

Nel caso si debbano cumulare le stime di più osservatori, può essere usata anche come *peso* nella forma $1/\sigma_a$.

6. Elaborazione della Stima Temporale

Dopo aver compiuto il rilevamento dell'istante, in tempo legale, bisogna tenere conto all'atto pratico di alcuni fatti.

- Le osservazioni possono venire condotte indipendentemente da vari osservatori posti a longitudini diverse sulla Terra e quindi in fusi orari differenti. E' perciò necessario ridurre tutte le osservazioni ad un sistema orario unico, che, per convenzione, è assunto nel tempo medio di Greenwich. Esso è indicato col nome di Tempo Universale (TU).

- Lo studio delle curve di luce porta alla necessità di confrontare frequentemente eventi relativi alla variazione di flusso che avvengono in tempi successivi per individuare, ad esempio, una eventuale periodicità.

Se le date di osservazione venissero indicate nel modo usuale, si creerebbero delle notevoli complicazioni; si usa perciò datare le osservazioni di stelle variabili servendosi unicamente della numerazione progressiva dei giorni trascorsi da una certa data, il cosiddetto *giorno giuliano*.

Questo periodo consiste, in sostanza, in una numerazione progressiva dei giorni trascorsi dalle ore 12 di tempo solare medio di Greenwich del primo gennaio dell'anno 4715 a.C..

Tutte le effemeridi astronomiche portano in corrispondenza della data il giorno giuliano. L'uso della data giuliana presenta il grande vantaggio di consentire la determinazione del tempo trascorso tra due osservazioni direttamente in giorni e frazioni decimali di giorno.

- Il terzo problema di natura pratica che si presenta nel fissare il tempo di osservazione è correlato al moto della Terra attorno al Sole. A causa di tale moto, la distanza fra l'osservatore e la stella variabile varia periodicamente, e quindi varia anche il tempo impiegato dalla radiazione luminosa a coprire tale distanza. L'ordine di grandezza di questa differenza non è trascurabile quando si desidera raggiungere la precisione del minuto primo, e bisogna quindi apportare una *correzione eliocentrica*.

6.1 LA CORREZIONE ELIOCENTRICA

La correzione eliocentrica ovvia al variare della distanza che ci separa dalle stelle, tenendo conto che la velocità della luce è finita. L'*esperienza di Roemer* sui satelliti di Giove è alla base di questa trattazione.

Supponiamo che due osservatori, uno idealmente posto al centro del Sole chiamato O e l'altro al centro della Terra detto O' osservino la stella S (che supponiamo essere una variabile ad eclisse posta sul piano dell'eclittica) durante l'arco di un anno e ne determinino alcuni istanti di minimo. Teniamo conto che la luce impiega circa otto minuti a percorrere la distanza Terra-Sole. Riferendoci alla *figura 6*, quando la Terra si trova nel punto A, l'osservatore O' vede il minimo otto minuti prima di O, mentre con la Terra nel punto B l'osservatore O' vede il minimo con otto minuti di ritardo. Nelle altre posizioni si avranno situazioni intermedie.

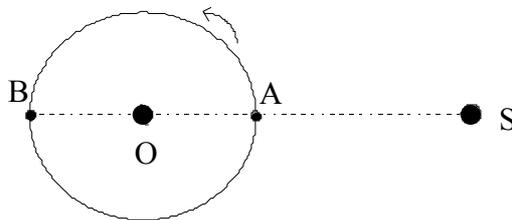


Figura 6- Variazione della distanza Terra - Stella

Se l'osservatore O' non apportasse alcuna correzione ai tempi da lui determinati ed andasse poi a determinarli con quelli di O, troverebbe una notevole discordanza (massima in A e B) imputabile non già ad errori di osservazioni o a variazioni del periodo della stella, ma al variare della distanza da essa.

Inoltre l'osservatore O' troverebbe delle discordanze su quanto da lui previsto sulla base di osservazioni fatte a distanze differenti dalla stella: è quanto successe a *Roemer* con i satelliti medicei.

È quindi necessario riportare tutti i tempi ad un punto la cui distanza da S non vari (o vari in modo del tutto trascurabile): è il caso del Sole.

Tutti i tempi vanno ridotti eliocentricamente; la correzione va calcolata ogni qualvolta è necessario conoscere i tempi dei fenomeni con una precisione migliore di cinque minuti.

Per il calcolo pratico, si può usare la formula proposta da *Binnendijk* nel 1960; detta C_e la correzione da apportare si ha:

$$C_e = -0,0057755 \cdot [R \cos \vartheta (\cos \alpha \cos \delta) + R \sin \vartheta (\sin \varepsilon \sin \delta + \cos \varepsilon \cos \delta \sin \alpha)]$$

dove:

- R è la distanza Terra - Sole nel giorno considerato espressa in unità astronomiche;
- ϑ è la longitudine celeste del Sole nel giorno considerato;
- ε è l'obliquità dell'eclittica;
- α e δ sono l'ascensione retta e la declinazione della stella, in gradi.

- R e ϑ si possono recuperare dagli almanacchi astronomici come il *Nautical Almanacc*, o anche nell'almanacco dell' *UAI*.

- α , δ e ϑ devono essere espressi in gradi centesimali, e non in ore, minuti e secondi.

Tenendo conto che $1h = 15^\circ$, si ha la seguente conversione ore \rightarrow gradi:

$$hh, mm, ss = hh, mm + (ss / 60) = hh + [mm + (ss / 60)] / 60 = 15 \cdot \{hh + [mm + (ss / 60)] / 60\}.$$

- L'obliquità ε dell'eclittica è calcolabile come riportato in Appendice 1, ma è preferibile riuscire a trovarla da fonti più autorevoli come i soliti almanacchi astronomici. Nella stessa appendice è altresì riportato come trasformare le coordinate delle stelle da un equinozio all'altro per ottenere una correzione più precisa.

Come piccolo esempio è mostrata una procedura per l'utilizzo della C_e per **RZ Cas** per il giorno 13 gennaio 1977.

Sapendo che $\alpha = 2h39m54s$ e $\delta = +69^\circ 12' 9''$ riferiti all'equinozio del 1900, si utilizzi quanto riportato in Appendice 1 e la conversione in gradi per trovare le $\alpha_{1977} = 41^\circ,6825$ e $\delta_{1977} = 69^\circ,543$. Dalle tabelle si ritrova che ε vale $23^\circ 26' 32'',187$ e R 0,9835491 u.a.; inoltre, dato che l'ascensione retta del Sole nel giorno considerato vale $\alpha_{\text{Sole}} = 19h37m59s,61$, la conversione in gradi di questa porta ad un θ di $294^\circ,49837$.

Così si utilizza la formula di **Binnendijk** ed si ottiene che C_e vale +0,002414.

Perciò se il 13 gennaio 1977 corrisponde ad un giorno giuliano di 2443157,2729, la data eliocentrica sarà $2443157,2729 + 0,0024 = 2443157,2753$.

6.2 NOTE SULL'USO DELLA CORREZIONE ELIOCENTRICA

Alcuni osservatori incontrano qualche difficoltà nell'applicazione della correzione eliocentrica appena descritta. Si precisa ancora al riguardo che essa va usata solo quando è necessario correggere i tempi per ottenere una precisione al millesimo di giorno, come per lo studio del minimo delle variabili ad eclisse o del massimo delle RR Lyrae, e non in casi nei quali tale precisione è superflua. È per esempio inutile applicarla per il **compositage** delle cefeidi (vedi paragrafo 7.1), per le quali tale correzione non altera in genere il centesimo di fase richiesto; è al contrario auspicabile la sua applicazione nel **compositage** di stelle a più corto periodo, come le già citate RR Lyr o le variabili ad eclisse tipo W UMa, oppure quando si voglia costruire un minimo medio a partire da più minimi osservati di variabili ad eclisse tipo Algol o Beta Lyrae.

In generale non è necessario disporre dei valori di A.R. del Sole e della distanza Terra - Sole (parametri θ e R) dell'anno in corso, essendo sufficienti quelli di anni immediatamente precedenti.

La tabella seguente testimonia la debole variazione della correzione eliocentrica fra un anno e l'altro, usando fissi i valori di ε , α e δ (cioè nella tabella seguente sono stati scelti i valori del 1977 per tutti e quattro gli anni).

Si vede quindi che operando con le approssimazioni di ε , α e δ fissi per quattro anni e di R e θ non dell'anno in corso, non si ottengono valori significativamente diversi.

| Stella | 1 Gen. 76 | 1 Gen. 77 | 1 Gen. 78 | 1 Gen. 79 |
|---------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| RZ Cas | +0,003000 | +0,002970 | +0,002980 | +0,002990 |
| DY Peg | -0,001422 | -0,001497 | -0,001473 | -0,001449 |

6.3 L'USO DELLE EFFEMERIDI

In senso lato, il termine "effemeride" sta ad indicare uno scritto che permette di prevedere o prevede direttamente eventi futuri: si parla di effemeridi planetarie, lunari, eccetera.

Nella terminologia propria delle stelle variabili, essa sta ad indicare una formula matematica che permette di calcolare istanti particolari della variazione di luminosità di stelle periodiche (massimi di luminosità per tutte le variabili pulsanti ad eccezione delle RV Tau, minimi per le RV Tau e le variabili ad eclisse).

Per comprenderne il significato ed imparare ad usarla, consideriamo l'effemeride che il *General Catalogue of Variable Stars 1969* indica per *RZ Cas* (variabile ad eclisse di tipo A):

$$\mathit{min} = 2437143,9886 + 1,1952472 \times E.$$

In questo caso, notando che il tempo è espresso in giorni giuliani, 2437143,9886 è l'*epoca*, che corrisponde ad un minimo della stella osservato, o, più generalmente, ottenuto mediante medie; 1,1952472 è il *periodo* della variazione luminosa; *E*, assumendo i valori 1,2,3,4,..., *n*, permette di calcolare tutti i minimi successivi di *RZ Cas*.

Per chi ha qualche conoscenza di Geometria Analitica non risulterà difficile immaginare l'effemeride data come una retta $\mathit{min}(E) = m + \pi E$, con *E* variabile indipendente, di cui si considerano i punti per cui *E* corrisponde a valori interi ($E \in \mathbb{N}$).

Esistono effemeridi che aggiungono al termine lineare $m + \pi E$ anche termini oscillanti in seno e coseno, ma si tratta di stelle particolari presenti in numero limitato.

Il tempo espresso dalle effemeridi si intende sempre *eliocentrico* (vedi paragrafo 6.1) laddove l'apporto della correzione eliocentrica cambia sensibilmente i tempi previsti.

A parte l'uso descritto nel paragrafo 7.1 come base per i *compositage*, le effemeridi sono utilizzate per calcolare i tempi previsti dei fenomeni in questione, per essere quindi preparati alla loro osservazione.

Riprendendo l'effemeride di *RZ Cas*, supponiamo che un astrofilo la possa osservare la sera tra il 28 e il 29 gennaio 1978 (*g.g.* = 2443537 e 2443538); vuol quindi sapere se per quella sera è previsto un minimo.

Si prende allora il Tempo Medio (o comunque prossimo) delle osservazioni, che vale 2443537,5, e si calcola:

$$\frac{\text{Tempo Medio} - \text{Epoca}}{\text{Periodo}} = 5349,112$$

Questo risultato indica:

- nella sua parte intera (5349) il numero di *E* trascorsi dall'epoca iniziale;
- nella sua parte decimale (112) la *fase* di un'osservazione compiuta effettivamente a 2443537,5 *g.g.*

Di questo risultato sarà presa la parte intera per calcolare il tempo del minimo previsto sostituendo ad *E* il valore 5349, ed ottenendo:

$$\mathit{min} = 2437143,9886 + 1,1952472 \times 5349 = 244357,36587.$$

Avremo quindi un minimo di *RZ Cas* il 28 gennaio alle 20h47m TU.

Non è necessariamente detto che un'effemeride debba essere esatta: essa è innanzitutto determinata mediante misure che sono soggette ad errore che si ripercuotono su di esse. Perciò effemeridi troppo antiche diventano inesatte a causa della propagazione dell'errore.

Inoltre può darsi che la stella abbia variato, dal tempo della stesura dell'effemeride ad oggi, il suo periodo. Valga a titolo d'esempio il caso di *RZ Cep* della quale sono rintracciabili in letteratura le seguenti effemeridi:

- A) nel GCVS 69 si ha $\mathit{max} = 2438027,938 + 0,308645 \times E$;
- B) nel GCVS 76 si ha $\mathit{max} = 2441475,373 + 0,308686 \times E$;
- C) nel Rocznik n° 47 si ha $\mathit{max} = 2440514,491 + 0,30867353 \times E$.

Volendo calcolare un massimo per il 1° gennaio 1978, si hanno rispettivamente tempi di:

- A) 21h35m;
- B) 17h33m e 24h58m;
- C) 23h12m.

Per sapere quale effemeride è valida, conviene osservare **RZ Cep** senza consultarne alcuna prima, verificando poi ad osservazione avvenuta, qual è quella che la soddisfa meglio.

È questa una prassi consigliabile per tutte quelle stelle che presentano periodi soggetti a variazioni (le RR Lyrae specialmente): in ogni caso accettare acriticamente un effemeride può portare a grossi errori di valutazione e il voler veder forzatamente i fenomeni all'ora prevista non è né compatibile con un sano spirito di ricerca, né giustificato dai fatti.

7. Ottenere la Curva di Luce

Lo scopo principale dell'osservazione delle variabili, è quello di ricavare la cosiddetta **curva di luce** della stella, cioè un grafico che riporti l'andamento della variazione luminosa in funzione del tempo.

Se la stella ha un periodo sufficientemente lungo durante il quale si possono compiere delle osservazioni ben distribuite e senza "buchi", oppure il periodo di variazione è irregolare, si può pensare di costruire tale grafico in magnitudini (preferibilmente personalizzate) e data giuliana.

Se però la stella ha un breve periodo, è impensabile di seguire adeguatamente un solo ciclo completo: si usa allora seguire più cicli possibili ed elaborare i risultati ottenuti mediante il **compositage**.

7.1 IL COMPOSITAGE

Il **compositage** si basa sull'osservazione di più cicli di variazioni di luminosità di una stella: per questo è il metodo applicato a tutte quelle variabili periodiche che non subiscono notevoli variazioni da un ciclo all'altro, qui di seguito elencate.

- Variabili Cefeidi. Il compositage costituisce attualmente l'unico procedimento per il loro studio.
- Variabili RR Lyrae. Di queste stelle è più importante l'osservazione diretta dei massimi (specie di quelle RR che mostrano l'effetto **Blazhko**), ed il compositage serve a stabilire solo una buona curva media. Tuttavia quando il periodo è minore di 0,30d, il compositage rimane un buon metodo di studio, stante l'impossibilità di ottenere curve sufficientemente complete.
- Variabili ad eclisse. L'osservazione diretta delle eclissi rimane il metodo di osservazione e di studio migliore, specie per le EA. Per le EB e le EW, il compositage è ugualmente importante per determinare i caratteri generali della curva di luce.

Per essere attendibile, un compositage deve essere costruito mediante un certo numero di stime. L'importante è, ovviamente, che le stime siano distribuite in modo uniforme: ciò in particolare per le cefeidi, per le quali, con 2, 3 o 4 stime a serata, 80 o 100 stime sono sufficienti.

Per le EA e le RR è indispensabile osservare il maggior numero di cicli possibili al fine di poter parlare effettivamente di curva media e di caratteri generali della curva di luce.

Passiamo ora alla costruzione effettiva del compositage. Si parte da una serie di coppie costituite da un dato temporale ed uno fotometrico, ovvero tempo in Giorni Giuliani e magnitudine possibilmente corretta in sequenza personale, e per prima cosa si calcola la **fase** ϕ di ciascun osservazione rispetto ad un effemeride.

Prendiamo per esempio l'effemeride che il *General Catalogue of Variable Stars 1974* offre per la cefeide *S Sge*:

$$max = 2436082,168 + 8,382173 \times E.$$

Facendo assumere ad *E* tutti i valori 1,2,...,n, si otterranno tutti i massimi previsti: quale sarà la fase di un'osservazione compiuta a $t = 2436082,512$ g.g.?

Il valore di φ si calcola come segue:

$$\varphi = \frac{t - Epoca}{Periodo}$$

Nel nostro caso si avrà $\varphi = 822,978$.

La parte intera di φ è detta *caratteristica*, ed indica il numero di cicli trascorsi, e la parte decimale, detta *mantissa*, indica la fase vera e propria. Quindi la fase reale della nostra osservazione vale $\varphi = 0,978$.

In mancanza di un'effemeride, ed avendo a disposizione il solo periodo della stella, si può usare un'epoca arbitraria.

Se si dispone di poche osservazioni, si calcola la fase di ognuna di esse, e si riportano su un unico periodo (eseguendo così la sovrapposizione di cui si diceva all'inizio), costruendo un grafico dove in ascissa si è messo non già il tempo, bensì la fase. Ad esempio, dalla *tabella 2*, si ottiene il grafico di *figura 7*.

| <i>Giorno giuliano</i> | φ | <i>Mag.</i> |
|------------------------|-----------|-------------|
| 2442950,347 | 0,38 | 5,75 |
| 953,371 | 0,74 | 5,93 |
| 958,501 | 0,35 | 5,72 |
| 963,371 | 0,93 | 5,60 |
| 980,444 | 0,97 | 5,52 |
| 985,384 | 0,56 | 5,81 |
| 989,375 | 0,04 | 5,40 |
| 990,385 | 0,16 | 5,53 |

Tabella 2 - Otto osservazioni di cui si è calcolata la fase

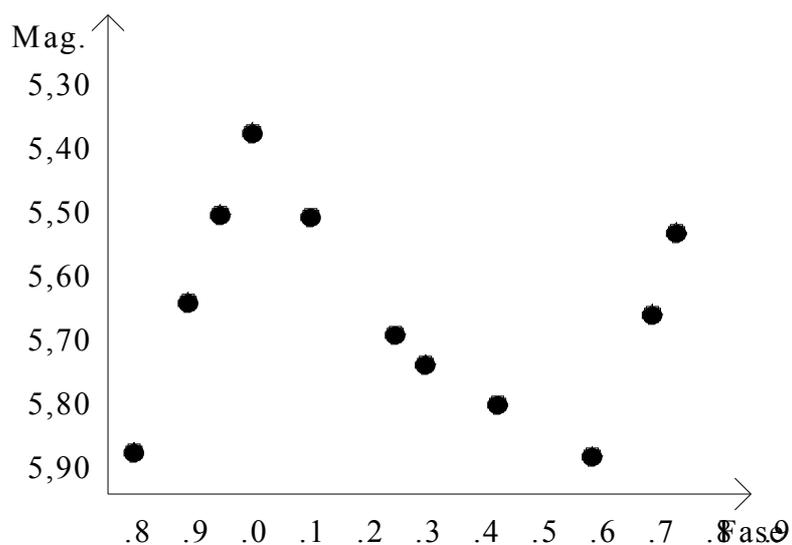


Figura 7 - Le stime vanno riportate come in questo esempio, per ricostruire così sommariamente, date le poche stime, la curva di luce di un periodo di *S Sge*, sfruttando osservazioni compiute lungo l'arco di oltre un mese.

Quando tuttavia si deve operare con 80 o 100 stime, è più comodo, invece che riportarle tutte nel grafico, calcolarne le medie. Le più usate sono le **medie mobili ponderate** su tratti di 0,10 periodi. Si procederà in tre passi, utilizzando la **tabella 3** come riferimento di partenza.

| φ | Mag. |
|-----------|-------------|
| 0,07 | 5,41 |
| 0,07 | 5,43 |
| 0,09 | 5,45 |
| 0,09 | 5,39 |
| 0,10 | 5,43 |
| 0,12 | 5,45 |
| 0,13 | 5,45 |
| 0,16 | 5,48 |
| 0,17 | 5,48 |
| 0,17 | 5,48 |
| 0,19 | 5,50 |
| 0,19 | 5,47 |
| 0,20 | 5,45 |
| 0,21 | 5,50 |
| 0,22 | 5,49 |
| 0,24 | 5,55 |

Tabella 3

1° Passo: Medie Aritmetiche su tratti di 0,05 periodi.

È necessario dividere le 16 stime della **tabella 3** in tratti da 0,05 periodi, ordinati per **fase inizio/fase fine** → **magnitudini comprese**:

0,06/0,10 → 5,41;5,43;5,45;5,39;5,43 (5 stime)

0,11/0,15 → 5,45;5,45 (2 stime)

0,16/0,20 → 5,48;5,48;5,48;5,50;5,47;5,45 (6 stime)

0,21/0,25 → 5,50;5,49;5,55. (3 stime)

Si devono ora calcolare, per ciascun gruppo ottenuto, la φ_{media} e la mag_{media} come segue:

$$\varphi_{media} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_N}{N}$$

$$mag_{media} = \frac{mag_1 + mag_2 + \dots + mag_N}{N}$$

dove N è il numero di stime (5, 2, 6 e 3 nel nostro caso), e i vari $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_N$ e mag_1, mag_2, mag_N sono presi dalla **tabella 3** e dalla precedente suddivisione in tratti da 0,05 periodi.

Ad esempio nella suddivisione 0,11/0,15 si ha $N = 2$, $\varphi_1 = 0,12$ $\varphi_2 = 0,13$ $mag_1 = 5,45$ $mag_2 = 5,45$, e si ottengono i valori $\varphi_{media} = 0,125$ e $mag_{media} = 5,450$.

In questo modo si ottiene la **tabella 4**:

| Tratto | N | φ_{media} | mag_{media} |
|---------------|-----|-------------------|---------------|
| 0,06 / 0,10 | 5 | 0,084 | 5,422 |
| 0,11 / 0,20 | 2 | 0,125 | 5,540 |
| 0,16 / 0,20 | 5 | 0,180 | 5,477 |
| 0,17 / 0,25 | 3 | 0,223 | 5,513 |

Tabella 4 - La nuova tabella ottenuta con le suddivisioni in 0.05 periodi

Si noti che il calcolo della φ_{media} può essere superfluo quando si hanno parecchie stime, o non è richiesta una precisione estrema; in questi casi si può prendere al suo posto la media aritmetica fra la *fase inizio* e la *fase fine* del tratto considerato.

Esse è invece necessaria quando si hanno poche stime; in quest'ultimo caso è buona norma raggruppare le stime non più in tratti da 0,05 periodi, ma attraverso tratti di diversa durata allo scopo di avere un buon numero di stime per ogni tratto. Se invece il numero di stime è molto elevato, si possono fare medie aritmetiche su tratti di 0,03 o 0,04 periodi.

2° Passo: Medie Mobili su tratti di 0,10 periodi.

Facendo medie su tratti di 0,05 periodi, si hanno 20 punti di media per periodo. Tuttavia alcuni di questi punti possono essere determinati da un numero insufficiente di stime (nel nostro esempio il tratto 0,11 / 0,15). Per ovviare a questo inconveniente si ricorre alle medie mobili su tratti da 0,10 periodi, riunendo a due a due i tratti di 0,05 periodi.

Riferendoci ancora al nostro esempio, si ha la seguente **tabella 5**:

| <i>Nuovo tratto</i> | <i>Nuovo N</i> | <i>Nuova φ_{media}</i> | <i>Nuova mag_{media}</i> |
|---------------------|----------------|---|---------------------------------------|
| 0,06 / 0,15 | 5+2 = 7 | (0,084+0,125)/2 = 0,104 | (5,422+5,540)/2 = 5,436 |
| 0,11 / 0,20 | 2+6 = 8 | (0,125+0,180)/2 = 0,152 | (5,540+5,477)/2 = 0,152 |
| 0,16 / 0,25 | 6+3 = 9 | (0,180+0,223)/2 = 0,202 | (5,477+5,513)/2 = 5,495 |

Tabella 5 - Tabella delle medie mobili

Si noti che un singolo tratto è stato utilizzato due volte, per cui il compositage risulta costituito da un numero doppio di stime. Di ciò ne guadagna, naturalmente, la precisione; i punti media rimangono 20, ma sono più attendibili. Questo procedimento "liscia" le curve di luce, ma non ne elimina le irregolarità.

3° Passo: Medie Mobili Ponderate su tratti di 0,10 periodi.

È inopportuno, nella maggior parte dei casi, considerare allo stesso modo medie calcolate con un differente numero di stime. Nel nostro esempio la media del tratto 0,16 / 0,20, composta da 6 stime, dovrebbe essere considerata più significativamente di quella del tratto 0,11 / 0,15, composta da sole 2 stime.

Bisogna quindi "ponderare" ciascuna media col suo numero di stime, e calcolare la **media mobile ponderata**, utilizzando come peso (cioè come coefficiente di ponderazione) il numero di stime per tratto.

Nel nostro esempio, i tratti ricavati dalla **tabella 5** vengono rielaborati come segue:

| <i>Tratto</i> | <i>φ_{media} ponderata</i> | <i>mag_{media} ponderata</i> |
|---------------|---|---|
| 0,06/0,1 5 | $\varphi_p = \frac{(0,084 \times 5) + (0,152 \times 2)}{(5 + 2)} = 0,096$ | $mag_p = \frac{(5,422 \times 5) + (5,450 \times 2)}{(5 + 2)} = 5,430$ |
| 0,11/0,2 0 | ... = 0,166 | ... = 5,470 |
| 0,16/0,2 5 | ... = 0,194 | ... = 5,489 |

dove il peso tra due tratti consecutivi A e B, in generale, corrisponde a:

$$X_p = \frac{X(A) \times n(A) + X(B) \times n(B)}{n(A) + n(B)}$$

Questa formula si applica sia alle fasi che alle magnitudini; rispettivamente quindi, $X(A)$ e $X(B)$ stanno ad indicare prima φ_{media} e poi mag_{media} riferite al tratto A e al B, e $n(A)$ e $n(B)$ indicano il numero di stime dei due tratti.

Si noti come la media non ponderata coincide con quella ponderata quando il numero di stime del primo tratto $n(A)$ è uguale al numero di stime del secondo tratto $n(B)$.

A questo punto la curva di luce può dirsi completamente definita, e non rimane che riportare in un grafico magnitudine-fase le medie mobili ponderate, tracciando la curva interpolante i vari punti.

Ogni grafico deve sempre essere accompagnato da una rispettiva tabella dove vanno indicati con attenzione sia le medie aritmetiche su tratti di 0,05 periodi con il relativo numero di stime per tratto (per esigenze di documentazione), sia le successive medie mobili ponderate.

7.2 *ALCUNE SIGLE*

Quelle che seguono sono alcune sigle frequentemente usate per lo studio delle stelle variabili.

- **O-C**

È un'abbreviazione per indicare la differenza tra il tempo osservato e quello calcolato, in genere, mediante effemeridi. Se ad esempio si vuole calcolare l'**O-C** per un minimo di **RZ Cas**, osservato a 2443336,570, quando l'effemeride $min = 2437143,8986 + 1,1952472 \times E$, con $E = 5181$, dà 2443336,564, si ha: $2443336,570 - 2443336,564 = + 0,006$.

Tutto ciò, sempre, con i tempi eliocentrici.

- **M-m**

Si riferisce alle variabili pulsanti, ed indica la frazione di periodo che la stella impiega per passare dalla fase di minimo a quella di massimo. Nel caso in cui una variabile abbia $M-m = 0,50$ periodi, significa che impiega lo stesso tempo per passare dal minimo al massimo e da questo ad un altro minimo: la curva risultante sarebbe praticamente una sinusoidale, salvo irregolarità.

- **D**

Si riferisce alle variabili ad eclisse ed indica la durata delle eclissi. **DI** indica il minimo primario, **DII** indica quello secondario.

- **d**

Indica la frazione di periodo per cui la variabile ad eclisse rimane al minimo, cioè la durata della totalità dell'eclisse. Anche qui è **DI** per il minimo primario e **DII** per il secondario. Qualora il minimo non sia "piatto" si indicherà $d = 0p,00$.

Sia **D** che **d** si riferiscono in genere a variabili ad eclisse di tipo Algol, in quanto per quelle di tipo Beta Lyrae o W UMa la loro definizione è molto incerta, dato il forte arrotondamento delle curve (specie nelle EW e nelle EB a corto periodo).

7.3 *IL MASSIMO MEDIO PER LE CEFEIDI*

Con i compositages delle cefeidi è richiesta una valutazione del **massimo medio**, dove per **medio** si intende calcolato all'incirca alla metà del periodo osservativo. Questa informazione è importante, perché dal compositage si desume l'**O-C** espresso in fasi, dal quale si può poi calcolare l'**O-C** in giorni.

Per essere di qualche utilità, bisogna però indicare **quando** esso è stato ottenuto. Siccome il compositage è costituito da più cicli osservativi, l'**O-C** si riferisce ad un massimo che cade a metà del periodo osservativo, il massimo medio appunto.

Per fare un esempio, si partirà da un compositage di 111 stime per η *Aql*, ottenute fra il 21 maggio 1977 e il 26 dicembre 1977 (*g.g.* 2443285 - 2443504). Il massimo osservato si ha a $0,05\varphi$, e l'effemeride dà $\mathit{max} = 2436084,656 + 7,176641 \times E$ (dal GCVS 74).

Valutando gli estremi del periodo osservativo, si desume che la metà cade all'incirca attorno al *g.g.* 2443395. Si può ulteriormente controllare se il numero di stime effettuato prima di quella data è all'incirca uguale a quello delle stime successive; se così non fosse, si può spostare avanti o indietro la data scelta, ma tale controllo non è indispensabile.

Calcolando dall'effemeride il massimo più prossimo a tale data (vedi paragrafo 6.3), otteniamo che E vale 1018,6, da cui, con $E = 1018$, si trova $\mathit{max} = 2443390,48$ *g.g.*.

A questo punto basta aggiungere l' $O-C$ in giorni col proprio segno per ottenere il massimo medio: $\mathit{max\ medio} = 2443390,48 + (+0,36) = 2443390,84$ *g.g.*.

Se il massimo fosse stato osservato a $0,95\varphi$, l' $O-C$ in fase sarebbe stato $-0,05\varphi = -0,36$ giorni, avremmo avuto: $\mathit{max\ medio} = 2443390,48 + (-0,36) = 2443390,12$.

7.4 TRACCIARE LA CURVA DI LUCE E OTTENERE IL TEMPO DEL MASSIMO

Il problema che ci si pone ora, fondamentalmente, si può scindere in due parti:

- tracciare una curva di luce manuale fra le stime del grafico;
- determinare effettivamente il tempo del massimo. Per quest'ultimo problema si adoterà il metodo *grafico di Pogson*.

Tracciare la curva di luce - Data, per esempio, la distribuzione di stime di *figura 8*, potrebbe essere già un problema calcolare una curva interpolante.

Per riuscire a farlo con una certa affidabilità e senza ricorrere a procedimenti matematici (sempre auspicabili, ma non alla portata di tutti), si possono utilizzare le *medie baricentriche*. Esse si calcolano prendendo in esame triple di punti successivi (riferendoci a *figura 8* sono i punti 1-2-3, 2-3-4, 3-4-5, eccetera) e calcolando il loro baricentro, cioè il punto d'incontro delle mediane dei lati del triangolo ottenuto.

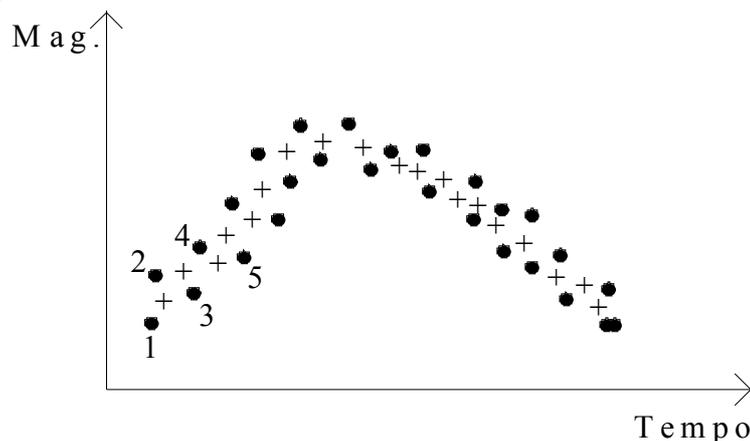


Figura 8 - I baricentri sono indicati con un "+"

Con questo metodo si ottengono punti che si dispongono meglio e permettono più facilmente di individuare graficamente una buona curva interpolante. In generale semplicemente unendo i baricentri la curva è già accettabile. Naturalmente se le stime hanno già una dispersione minima ed evidenziano nettamente l'andamento della variazione, il calcolo dei baricentri può essere tralasciato.

Determinazione del massimo - Una volta tracciata la curva di luce, si procede al calcolo del tempo di massimo; per fare ciò si uniscono i punti aventi la stessa magnitudine sui due rami della curva, come mostrato in *figura 9*, e di questi segmenti si determinano i punti medi. Ciò fatto si traccia la

curva che li unisce e la si prolunga sino ad incontrare la curva di luce. L'ascissa del punto d'incontro determina il tempo del massimo.

Questo metodo grafico di **Pogson** è abitualmente usato anche dai professionisti.

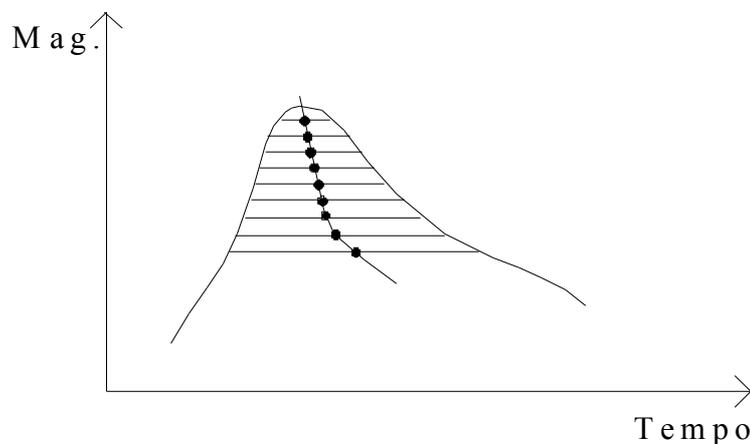


Figura 9 - Metodo di Pogson

È auspicabile che i due rami siano seguiti per un certo tratto al fine di avere un buon numero di punti medi. Bisogna inoltre tenere presente che la curva di Pogson potrebbe non essere una retta e, in generale, avere un andamento complicato.

7.5 COSTRUZIONE DELLA CURVA DI LUCE SENZA LE MAGNITUDINI DI CONFRONTO

Non sempre è possibile fornire le magnitudini delle stelle di confronto contemporaneamente alla cartina (specie nel caso di stelle deboli): tuttavia è possibile costruire la curva di luce ugualmente, se pensiamo di ridurre il problema alla sostituzione delle magnitudini con una grandezza comparabile. Se su più stelle di confronto mancano solo una o due magnitudini, è possibile ricostruirle come spiegato nel paragrafo 5.2; il metodo qui spiegato è comunque di validità generale.

Si possono distinguere due casi.

- Le stelle di confronto sono solo due.

In questo caso è possibile sostituire le magnitudini con il rapporto $\frac{g(AV)}{g(AV) + g(VB)}$ preso dalla formula di Argelander (paragrafo 3.2), ponendo $M_A = 0$ e $M_B = 100$ per avere valori interi e graduando opportunamente le ordinate in modo da ottenere una curva sufficientemente chiara.

- Le stelle di confronto sono più di due.

In questo caso, date le stelle A, B e C, si deve tenere conto del fatto che lo scarto in magnitudini tra A e B è in generale diverso da quello tra B e C, per cui sulle ordinate va lasciato loro uno scarto proporzionale.

In pratica si devono calcolare i due scarti medi $s(AB)$ e $s(BC)$ (vedi paragrafo 5.1) ed assegnare alla magnitudine di A il valore 0, a B il valore $s(AB)$, eventualmente moltiplicato per 10 o per 100, e a C quello della somma tra gli scarti $s(AB)$ e $s(BC)$, anche qui eventualmente moltiplicato per 10 o per 100.

I valori fittizi così trovati per A, B e C possono essere usati nella formula di Argelander.

Naturalmente l'impiego di una scala in gradini per sostituire le magnitudini è solo un ripiego, e, qualora fossero disponibili le magnitudini è decisamente preferibile usare queste.

7.6 IL METODO DI SIMMETRIA PER I MINIMI

Il calcolo dei minimi avviene solitamente utilizzando il metodo grafico di simmetria, altrimenti detto “del ricalco”. Questo metodo si può utilizzare quando la curva di luce è supposta essere simmetrica, come succede per le variabili ad eclisse ed ha il vantaggio di essere molto pratico; per quel che riguarda la sua precisione, essa è di difficile valutazione, e senza dubbio migliora con l’esperienza.

La descrizione qui riportata è tratta dalla monografia *La Classification et l’Observation des Variables à Eclipses* di **J. P. Clovin**.

Il metodo di simmetria consiste di tre fasi:

- Costruzione del grafico;
- Ricalco;
- Determinazione del minimo.

Costruzione del grafico - Il grafico è composto da due assi: in ascissa il tempo e in ordinata la magnitudine. A ciascuna stima di luminosità della variabile corrisponde un punto sul grafico. Il piazzamento dei punti deve ubbidire ad una regola che facilita la determinazione del minimo: il grafico deve cioè essere costruito in modo che le inclinazioni della curva formino un angolo di 45° con gli assi. **Le figure 10a e 10b** mostrano disposizioni scorrette, la **10c** una corretta.

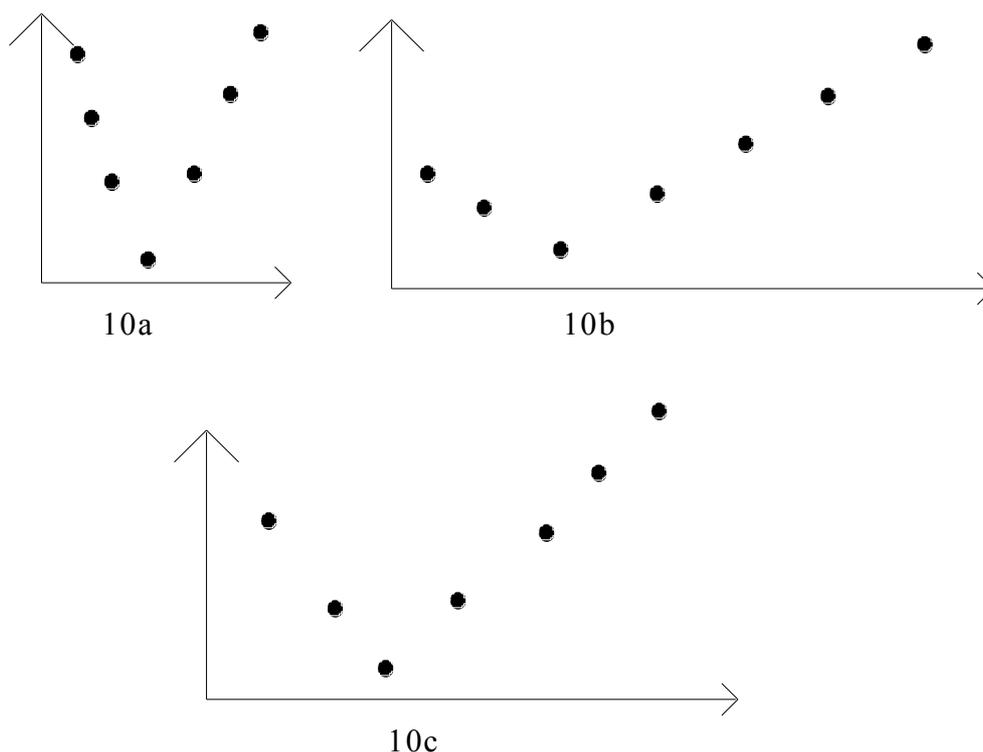


Figure 10 - Bisogna disporre i punti a 45° con gli assi coordinati

Ricalco - Sul grafico così costruito viene posto un foglio trasparente (slide) e su di esso vengono riportati, senza indicazioni, l’asse del tempo (ascissa) e i punti del grafico.

Determinazione del minimo - La slide viene quindi girata dall’altra facciata e sovrapposta al grafico originale in maniera che gli assi del tempo coincidano per direzione e verso. Si identifica immediatamente una doppia serie di punti: i punti originali e quelli omologhi. Si fa allora muovere la slide lungo l’asse del tempo per ottenere la miglior configurazione possibile di tutti questi punti a

formare la curva d'un'eclisse come da **figura 11**. Si noti, in questa stessa figura, il progressivo inserimento dei punti omologhi tra quelli originali, fino a formare una curva accettabile.

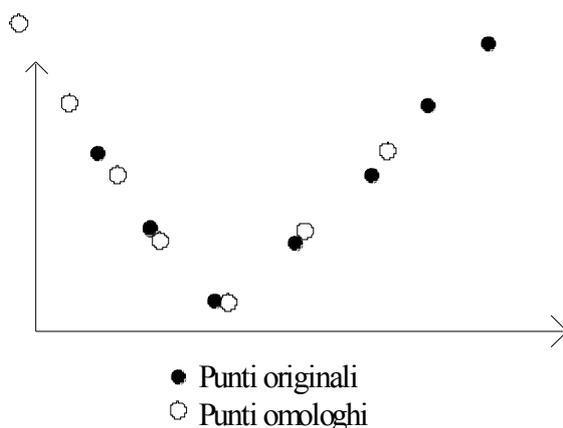


Figura 11 - Disposizione della slide invertita

L'ascissa centrale della distanza tra un punto ed un suo omologo è l'istante del minimo, definito da:

$$t_{\min} = t_p + \frac{t_{p'} - t_p}{2}$$

dove t_p è l'istante riferito ad un punto originale e $t_{p'}$ quello riferito ad un punto omologo.

I punti omologhi possono essere in seguito anche riportati nel grafico originale per ottenere una curva migliore.

Si può inoltre definire un intervallo di tempo nel quale può cadere il minimo spostando la slide nel grafico fino a quando la configurazione di punti non è più accettabile come curva. Questo procedimento va fatto sia verso destra che verso sinistra; si noti che l'errore lungo un lato è solitamente diverso da quello lungo l'altro.

L'inconveniente del metodo di simmetria è che esso fa intervenire un giudizio personale per decidere qual è la **migliore** configurazione di punti, e non già un calcolo matematico. Pertanto persone differenti troveranno istanti di minimo differenti; gli scostamenti, però, non saranno mai grandi ed il metodo rimane quindi applicabile quando non si richiede nella determinazione un'estrema precisione.

8. Il *Decalage* Sistemático

Calcolare il **decalage** sistemático di un osservatore rispetto ad una curva media significa tener conto del fatto che si possono verificare casi come quello illustrato in **figura 12**, dove quattro osservatori A, B, C e D hanno visto la stella variare con il medesimo andamento, ma con magnitudine media differente.

Ci si chiede dunque come si dovrebbe agire nel caso in cui volessimo costruire una curva comune fra i quattro osservatori.

Alcune possibili risposte sono:

- la stella ha variato in un modo che non sappiamo tra la magnitudine massima assoluta e quella minima osservate dai quattro osservatori;
- la stella ha variato in una maniera descritta dall'andamento delle quattro singole curve (molto simili tra di loro) con una magnitudine media che non si può stabilire in modo assoluto, ma che probabilmente è data dalla media aritmetica delle quattro singole magnitudini medie.

La risposta più plausibile è senz'altro la seconda, essendo molto probante il fatto che ogni osservatore ha visto il medesimo andamento.

Inoltre la differenza di magnitudine media può essere spiegata, tra l'altro, tenendo conto della differenza di sensibilità spettrale dell'occhio e del fatto che i quattro possono aver osservato con strumenti differenti.

Questa differenza tra le magnitudini medie è detta *decalage sistematico* ed è indicata con il simbolo ΔM ; inoltre va calcolata singolarmente per ciascun osservatore rispetto alla media.

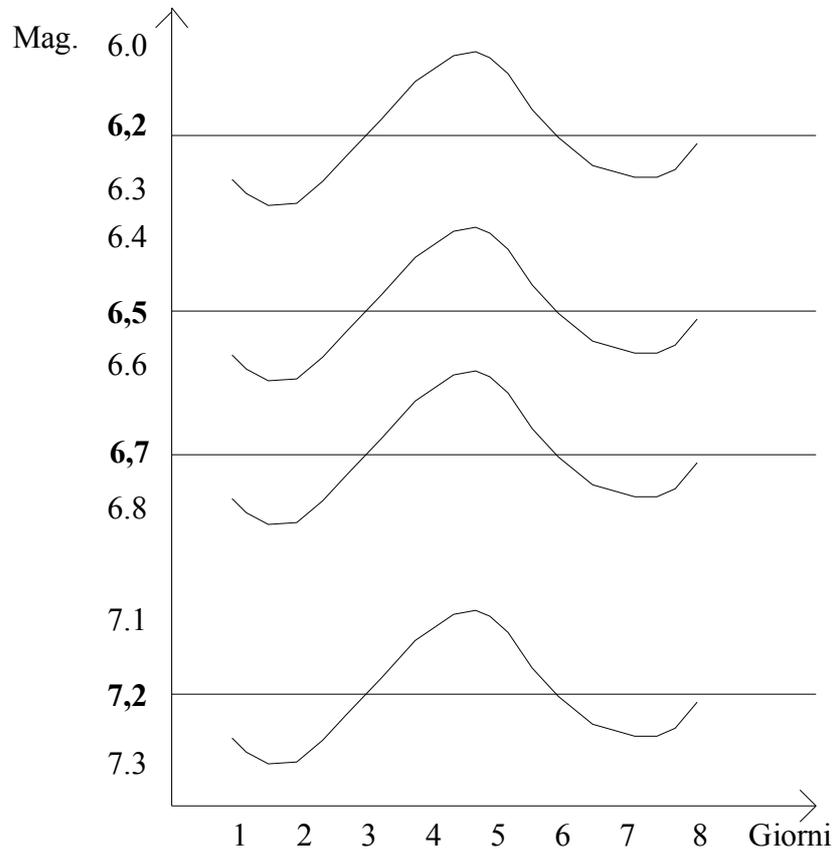


Figura 12 - Quattro curve di luce per una stessa stella

Per esempio se i quattro osservatori hanno ottenuto le seguenti magnitudini medie $M_A=6,2$, $M_B=6,5$, $M_C=6,7$, $M_D=7,2$, la magnitudine media totale (media aritmetica) vale $M_{ABCD}=6,65$.

Ogni singolo ΔM_i si calcola come differenza tra la magnitudine media totale e quella singola:

Nel nostro esempio si calcola $\Delta M_A=0,45$, $\Delta M_B=0,15$, $\Delta M_C= -0,05$, $\Delta M_D= -0,55$.

Per comprendere l'importanza del *decalage sistematico* e di cosa possa comportare il trascurarlo, prendiamo in esame le stime originali che hanno portato alla costruzione delle curve di luce di **figura 12**, riassunte nella seguente **tabella 6**.

| | 1° | 2° | 3° | 4° | 5° | 6° | 7° | 8° |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | Giorno |
| A | 6,30 | - | 6,15 | 6,10 | 6,14 | 6,25 | - | 6,20 |
| B | - | 6,50 | 6,45 | - | 6,45 | 6,55 | 6,58 | - |
| C | 6,78 | 6,71 | 6,65 | 6,60 | - | - | 6,78 | 6,71 |
| D | 7,28 | 7,20 | 7,13 | 7,10 | 7,15 | - | - | 7,20 |

Tabella 6

Ad un'analisi superficiale, per costruire una curva di luce comune con le quattro osservazioni dei quattro diversi osservatori, basterebbe fare la media giornaliera delle stime disponibili, come ad esempio per il 1° giorno: $(6,30 + 6,78 + 7,28)/3 = 6,79$.

Le altre medie risultano, rispettivamente: 6,93, 6,34, 6,60, 6,58, 6,40, 6,68, 6,70.

Riportando queste medie in un grafico, si ottiene la **figura 13**, in cui compare una curva del tutto casuale, dato che nessuna curva individuale ha quest'aspetto. Essa è dovuta ai fattori diversificativi prima citati (differente sensibilità, diversi strumenti...), e quindi al fatto che si sono cumulate stime eterogenee tra di loro. Per renderle omogenee, bisogna dunque sommare alle magnitudini della **tabella 6** i rispettivi ΔM di ciascun osservatore (quelli calcolati nell'esempio precedente).

Solo dopo quest'operazione potremmo effettuare una media aritmetica giornaliera giorno per giorno, ottenendo i seguenti valori: 6,74, 6,65, 6,60, 6,55, 6,60, 6,70, 6,73, 6,65.

Questi valori possono essere riportati nel grafico di **figura 14**, sicuramente più aderente a ciò che i quattro osservatori hanno singolarmente ottenuto.

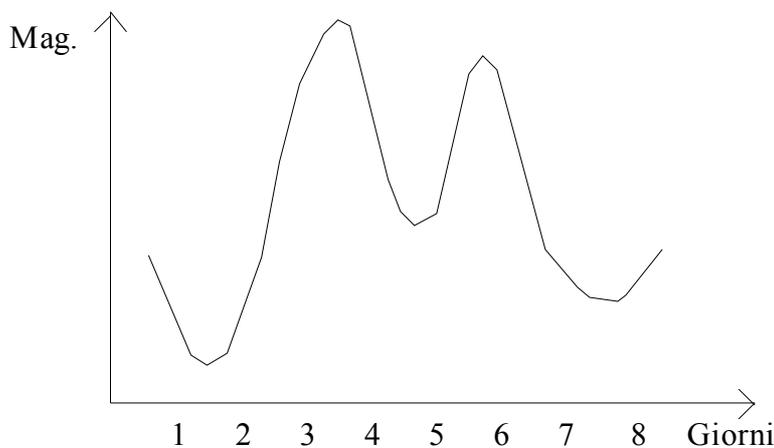


Figura 13 - Curva ottenuta mediante le medie giornaliere delle quattro osservazioni senza correzioni

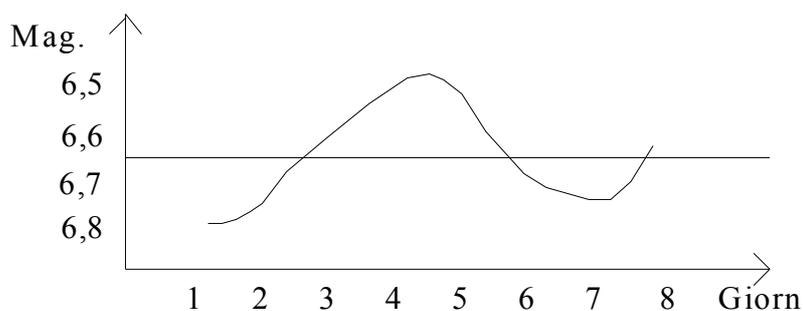


Figura 14 - Curva ottenuta con le medie delle osservazioni giornaliere corrette mediante il decalage sistematico

Per il calcolo del ΔM , si è fatto ricorso alla magnitudine media della curva di luce, cosa molto facile nell'esempio proposto, dato che la curva era un'oscillazione.

Analogamente si potrebbe prendere il massimo di una curva decrescente od il minimo di una crescente; va tuttavia notato che qualora l'ampiezza fra le quattro osservazioni fosse diversa, nel calcolare il ΔM bisognerebbe far precedere un aggiustamento delle ampiezze in modo da renderle uniformi.

In generale si prendono quei tratti in cui tutti gli osservatori di cui si analizzano le stime hanno osservato e si calcola la magnitudine media di ciascun osservatore che verrà usata per calcolare il decalage sistematico. L'importante è che questi tratti siano abbastanza numerosi in modo che il calcolo della magnitudine media non sia inficiato da veri e propri errori di osservazione.

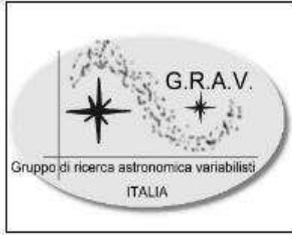
Si è visto quali errori si possono introdurre tralasciando il decalage sistematico. Riconoscere l'esistenza di questo errore implica tuttavia l'impossibilità di stabilire con buona precisione mediante l'osservazione visuale la magnitudine effettiva di una variabile, e quindi l'incapacità di risalire con una certa attendibilità alla sua magnitudine assoluta od alla sua distanza. Se ciò è irrilevante per le *SR*, *L*, *UG*, eccetera, è ben più importante per le novae e le cefeidi: in quest'ultimo caso gli osservatori visuali hanno quindi un grave handicap, superabile se si riuscisse a stabilire le cause del ΔM sia qualitativamente (comprendere quali siano tutte le cause) che quantitativamente (stabilire in che misura influiscano).

9. FOTOMETRIA DIFFERENZIALE DI STELLE VARIABILI AL CCD

9.1 Un cenno sulle sequenze di cartine CCD GRAV

Il programma osservativo CCD del GRAV si basa sull'osservazione costante di una serie di stelle, per la maggiore a lungo periodo, tipo Mira, sospette Mira o semiregolari ancora prive di sufficienti studi o osservazioni per trarne delle conclusioni adeguate sulla natura.

Tali stelle, per altro, non sono presenti, se non in parte, nel database AAVSO e diventa pertanto di vitale importanza creare delle sequenze di stelle affidabili, misurate in più bande fotometriche, presenti nello stesso frame della variabile per permettere agli osservatori un lavoro di fotometria differenziale. La fotometria differenziale eseguita su un unico frame ci permetterà di trascurare il coefficiente "giornaliero" caratterizzato anche dal fattore estinzione atmosferica tipico della fotometria all-sky considerando, quindi, tutte le stelle della sequenza sotto un uguale valore di air-mass. Tuttavia per delle misure di precisione secondo lo standard fotometrico Johnson-Cousin dovremmo considerare alcuni importanti procedimenti.



EQ Cas

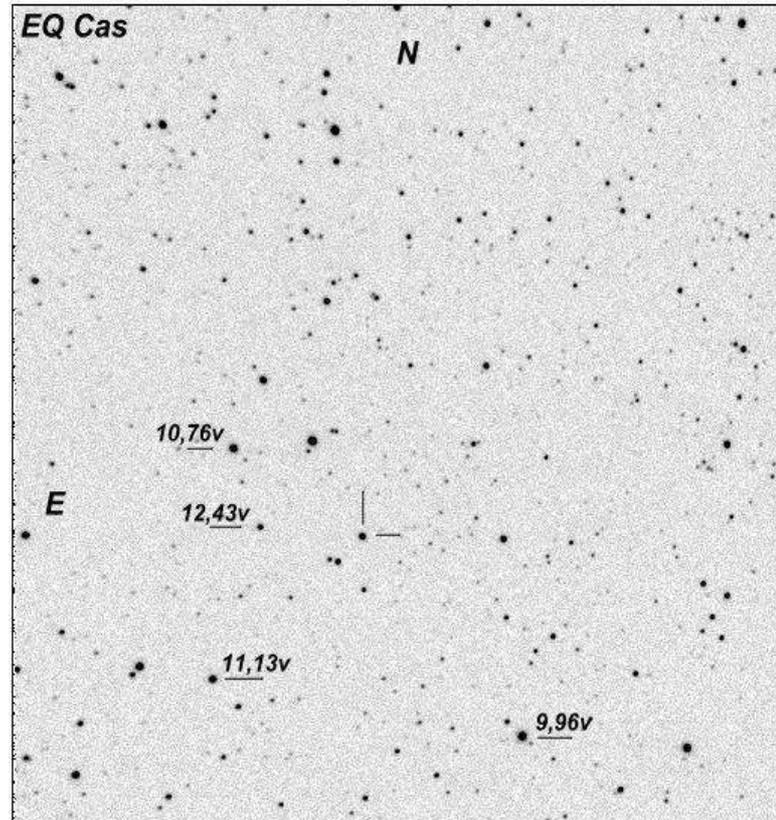
R.A. R.A. 23 52 53.30 DEC 55 00 48.9

Range: 12,20 p 13,9

Period: 58,31d

Type: RV Tau

Spectrum: Fp...



Sequence CCDV: C = 10,76v (B-V=+1,074)

K1= 9,96v (B-V=+1,187)

K2= 12,43v (B-V=+1,405)

K3= 11,13v (B-V=+0,537)

Preliminary CCDV Chart: Grav PC 2004

Sequence by: F. Zattera - S. Valentini.

Fig. 1

9.2 Metodo per iniziare a stilare una sequenza fotometrica riferita ad una stella variabile

Le sequenze delle cartine del programma Grav ccd (*figura n°1*) sono per la maggior parte dei casi allo stadio preliminare, non essendo ancora provata la stabilità nel tempo di certe stelle di confronto della sequenza.

Tali sequenze stellari trasformate in magnitudini standard si trovano all'interno di uno stesso frame per permettere all'osservatore di eseguire misure fotometriche con il sistema della fotometria differenziale previo solamente il calcolo del coefficiente di trasformazione del colore lavorando con più filtri fotometrici, ma trascurando i calcoli concernenti la estinzione atmosferica considerando, appunto, tutte le stelle della sequenza con lo stesso valore di air-mass.

Tali sequenze relative ad una stella variabile V si basano su una stella C di confronto e una serie di stelle K di controllo.

La stella C solitamente è il frutto di una ricerca all'interno del frame di una stella di cui conosciamo preventivamente la magnitudine V e l'indice di colore (B-V). Una stella presente del catalogo Tycho2 o Hipparcos può essere un buon punto di partenza e sufficientemente precisa dal punto di vista fotometrico. La cosa importante da rilevare è che i valori di magnitudine e gli indici di colore che si trovano nel catalogo Tycho sono espressi come V_t e $(B_t - V_t)$, in pratica con valori che differiscono da quelli di magnitudine standard e necessitano quindi di essere trasformati secondo lo standard Johnson V e (B-V).

Vi sono essenzialmente due metodi per tale trasformazione:

Un metodo approssimato dove:

$$V = V_t - (0.090 * (B_t - V_t))$$
$$B - V = 0.850 * (B_t - V_t)$$

Esempio: per una stella nel nostro frame di mag. $V_t = 10.88$ ($B_t - V_t = +1.252$)

$$V = 10.88 - (0.090 * (+1.252)) = 10.76V$$
$$B - V = 0.850 * (+1.252) = +1.07$$

Esiste anche un metodo basato su una tabella di conversione creata da Mike Bassel :

$$\text{Dove: } d(B - V) = (B - V) - (B_t - V_t)$$

Tenendo la stella precedente, utilizzando i dati in *tabella n°1* alla giusta riga avremo che:

$$B_t - B_v = 1.250 \quad V - V_t = -0.119 \quad d(B - V) = -0.178$$

Possiamo quindi stabilire che:

$$V = V_t + (V - V_t) = 10.88 + (-0.119) = 10.76V$$

Con semplici calcolo possiamo allo stesso modo estrapolarci l'indice (B-V).

$$(B - V) = (B_t - V_t) + (d(B - V)) \quad (B - V) = +1.250 - 0.178 = +1.07$$

Tabella di Mike Bassel

La colonna chiamata: "V-HP" mostra la differenza fra la magnitudine V standard e quella misurata attraverso un gli strumenti ad ampio spettro del catalogo Hipparcos.

| BT-VT | V-VT | $\hat{d}(B-V)$ | V-HP | BT-VT | V-VT | $\hat{d}(B-V)$ | V-HP |
|--------|--------|----------------|--------|-------|--------|----------------|--------|
| -0.250 | 0.038 | 0.031 | 0.066 | 0.900 | -0.089 | -0.104 | -0.147 |
| -0.200 | 0.030 | 0.021 | 0.051 | 0.950 | -0.093 | -0.113 | -0.151 |
| -0.150 | 0.022 | 0.011 | 0.036 | 1.000 | -0.098 | -0.122 | -0.155 |
| -0.100 | 0.015 | 0.005 | 0.021 | 1.050 | -0.102 | -0.131 | -0.158 |
| -0.050 | 0.008 | 0.002 | 0.006 | 1.100 | -0.106 | -0.142 | -0.157 |
| -0.000 | 0.001 | -0.005 | -0.011 | 1.150 | -0.110 | -0.154 | -0.160 |
| 0.050 | -0.005 | -0.010 | -0.025 | 1.200 | -0.115 | -0.166 | -0.162 |
| 0.100 | -0.012 | -0.017 | -0.038 | 1.250 | -0.119 | -0.178 | -0.164 |
| 0.150 | -0.018 | -0.020 | -0.048 | 1.300 | -0.124 | -0.189 | -0.166 |
| 0.200 | -0.024 | -0.021 | -0.058 | 1.350 | -0.128 | -0.199 | -0.166 |
| 0.250 | -0.029 | -0.023 | -0.069 | 1.400 | -0.133 | -0.210 | -0.165 |
| 0.300 | -0.035 | -0.025 | -0.079 | 1.450 | -0.138 | -0.222 | -0.164 |
| 0.350 | -0.040 | -0.025 | -0.087 | 1.500 | -0.143 | -0.234 | -0.161 |
| 0.400 | -0.045 | -0.026 | -0.094 | 1.550 | -0.148 | -0.245 | -0.157 |
| 0.450 | -0.050 | -0.030 | -0.101 | 1.600 | -0.154 | -0.256 | -0.153 |
| 0.500 | -0.054 | -0.035 | -0.108 | 1.650 | -0.160 | -0.266 | -0.148 |
| 0.550 | -0.059 | -0.045 | -0.114 | 1.700 | -0.165 | -0.277 | -0.143 |
| 0.600 | -0.064 | -0.051 | -0.120 | 1.750 | -0.172 | -0.288 | -0.137 |
| 0.650 | -0.068 | -0.060 | -0.127 | 1.800 | -0.178 | -0.299 | -0.131 |
| 0.700 | -0.072 | -0.068 | -0.131 | 1.850 | -0.185 | -0.309 | -0.125 |
| 0.750 | -0.077 | -0.076 | -0.134 | 1.900 | -0.191 | -0.320 | -0.119 |
| 0.800 | -0.081 | -0.085 | -0.137 | 1.950 | -0.199 | -0.331 | -0.112 |
| 0.850 | -0.085 | -0.094 | -0.142 | 2.000 | -0.206 | -0.342 | -0.106 |

Tabella n°1

Abbiamo visto quindi come le sequenze CCD siano basate su una stella C fotometricamente definita dal catalogo Tycho o Hipparcos, ma , tuttavia, controllata ulteriormente dopo aver calibrato il sensore per la fotometria All-Sky, in una bella notte fotometrica. Con tale sistema, quindi, vengono calcolate per differenza, rispetto a vari campi di stelle fotometriche di Landolt, una serie di stelle K all'interno del frame. Queste stelle, che comunque dovranno essere considerate come "costanti", faranno parte di una sequenza preliminare e non potremmo essere sicuri della loro stabilità se non dopo anni di misure.

Sarà importante quindi, nel misurare la variabile, riportare anche il valore di scostamento tra l'osservato e il calcolato di ogni stella K della sequenza per rilevare il caso in cui il valore fotometrico di tale stella di controllo derivi clamorosamente rispetto alle altre. In tal caso la stella in questione non non sarà più considerata attendibile.

In questa guida base, tuttavia, penso non sia il caso di allungarci ulteriormente in questo campo, visto che coinvolge soltanto coloro che stilano le sequenze. E' il caso di passare a parlare della fase che interessa agli osservatori che fanno uso di tali sequenze o delle sequenze dell'AAVSO per eseguire le proprie misure fotometriche su stelle variabili seguendo il fine ultimo, cioè quello di poter avere delle cartine di riferimento con delle sequenze di riferimento su un unico frame, per evitare il lungo ed estenuante lavoro di fotometria all-sky a favore della fotometria differenziale.

9.3 Il CCD e la fotometria differenziale

Il grande vantaggio di un CCD, rispetto ad esempio ad una emulsione fotografica, consiste nella linearità; proprio questa caratteristica lo rende uno strumento ottimo e pratico per fare fotometria in modo molto accurato. Vi sono tuttavia delle condizioni da non trascurare per non compromettere questa importante caratteristica: la prima è di non avvicinarsi mai alla saturazione della nostra immagine tenendo sempre d'occhio l'istogramma.

In particolar modo, su camere CCD dotate di sensore “interlinea”, solitamente equipaggiate del dispositivo di antiblooming, non è esclusa la possibilità di fare fotometria ma bisogna fare molta attenzione a mantenersi ben al di sotto della soglia di saturazione che fa azionare tale dispositivo. L’immagine che andrà ad essere studiata fotometricamente non dovrà subire l’elaborazione di alcun filtro o algoritmo (deconvoluzione, maschera sfocata, gaus, ecc...) ma dovrà essere molto ben normalizzata secondo semplici ma indispensabili criteri:

- Sottraendo l’immagine o la sequenza mediata dei dark-frame.
- Sottraendo l’immagine di bias ottenuta con esposizione a tempo zero
- Dividendo per l’immagine o per la sequenza mediata del flat-field.

Bisogna, tuttavia, normalizzare anche l’immagine del flat-field sottraendola di una immagine di dark appositamente preparata in termini di temperatura e tempo.

9.4 La normalizzazione delle immagini

Il dark frame

Il dark-frame serve per annullarci gli effetti dovuti alla corrente di buio che produce dei pixel caldi localizzati sistematicamente in rapporto alla temperatura. Tale frame deve essere eseguito ad otturatore chiuso; in caso di CCD interline si procederà a chiudere il coperchio dell’apertura del nostro telescopio; il sensore non deve essere esposto ad alcuna fonte di luce. La temperatura deve essere calibrata esattamente per la stessa temperatura e lo stesso tempo di esposizione delle immagini che acquisiremo.

La cosa migliore è di eseguire una serie di immagini di dark per poi mediarle in un unico frame per limitare al minimo il rumore di lettura.

Il bias frame

Il Bias frame ha il semplice scopo di annullare gli effetti dovuti al rumore elettronico della camera CCD, un rumore che per le camere dell’ultima generazione è in genere bassissimo ma comunque mai completamente assente.

Questo frame si ottiene eseguendo un frame a tempo zero sottraendo poi la risultante all’immagine.

L’immagine di flat field (campo piano)

Il flat-field (dall’inglese campo-piano) serve per ottenere una certa uniformità di luce di fondo distribuita su tutto il frame, annullando o limitando al massimo gli effetti dovuti alla polvere depositata nelle ottiche o agli effetti di vignettatura. Vi sono diversi metodi più o meno complessi per eseguire correttamente tale frame. Un metodo che ho trovato particolarmente valido consiste nel porre a contatto con l’apertura del telescopio una lastra di plexiglas bianco opalino. Direzionare il telescopio verso una parete bianca illuminata a distanza da una semplice lampada a incandescenza. Eseguire l’acquisizione dei frame sfruttando circa il 60 – 65% della dinamica del sensore.

Il PSF (point Spread Function) e l’FWHM (Full Width at Half Maximum)

Una volta normalizzate le nostre immagini possiamo pensare solamente alla fotometria delle nostre stelle all’interno del campo.

Ora, come succede per l’occhio umano, anche al CCD notiamo che stelle di grande luminosità sono rappresentate di dimensioni molto più grandi rispetto a stelle di piccola luminosità. Tale dimensione

non è sintomatica della differenza di grandezza delle stelle ma rappresenta una forma di immagine di una sorgente comunque sempre puntiforme. Almeno per i nostri strumenti amatoriali, tutte le stelle sono da considerarsi di dimensione angolare puntiforme. Questa funzione, che ci restituisce comunque una forma a una sorgente di luce puntiforme, è chiamata PSF (*Point Spread Function*).

La PSF (*fig.2*) in funzione di una buona ottica e una messa a fuoco ideale dovrebbe avere una simmetria regolarmente circolare ma comunque strettamente legata agli effetti del seeing. La forma si può ricondurre ad una zona centrale tipo gaussiano e una zona periferica dove la luce via via si distribuisce ad aloni seguendo una legge di potenza.

Ma se la luce si distribuisce in questo modo come posso fare per misurare la dimensione angolare della PSF e soprattutto che raggio di apertura dobbiamo assumere nel nostro software per misurare in modo adeguato la luce proveniente dalla stella?

La misura più comune per misurare la dimensione angolare della PSF è la *Full Width at Half Maximum* (FWHM) (*fig.3*). E' una misura che, solitamente, viene restituita automaticamente utilizzando qualsiasi software di elaborazione e rappresenta il diametro compreso fra i punti della PSF dove il flusso raggiunge metà del massimo valore centrale.

Per queste misurazioni non è consigliabile usare una finestra con un raggio di apertura troppo grande a causa del pericolo di contaminazione da altre stelle, ma non è consigliabile nemmeno una finestra troppo piccola in quanto si rischia di perdere parte della luce della stella soprattutto in funzione di un non perfetto seeing. E' stato appurato che utilizzando un'apertura da 4 a 10 volte il diametro del valore tipico della FWHM non si dovrebbe riscontrare perdite di luce rilevabili e non si dovrebbero avere differenze nei conteggi in funzione del seeing.

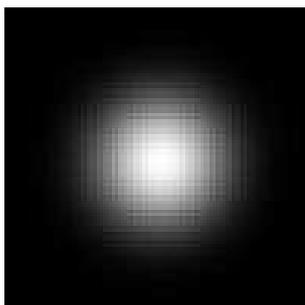


Figura 2

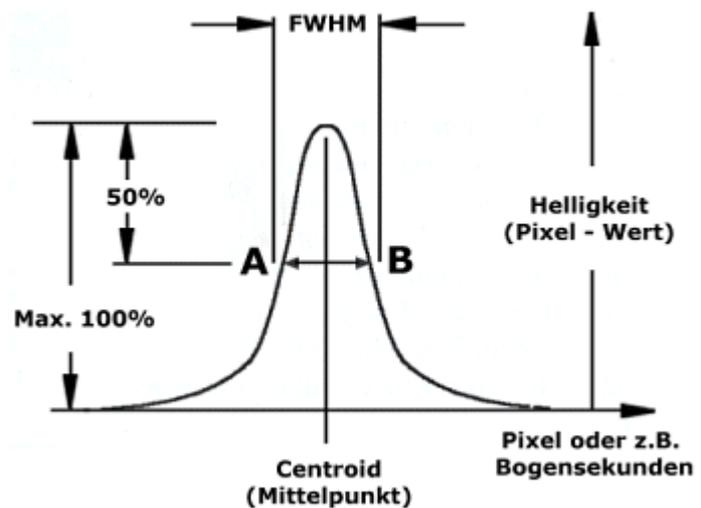


Figura 3

9.5 Fotometria differenziale e coefficiente di trasformazione del colore.

Abbiamo visto come, utilizzando le cartine GRAV come quelle AAVSO, lo scopo sia quello di lavorare esclusivamente in fotometria differenziale su un unico frame; con tale metodo possiamo trascurare il coefficiente legato alla estinzione atmosferica e porre quindi il valore dell'air mass come costante per tutte le stelle della sequenza.

Rimane comunque il fatto che la nostra strumentazione (filtri e rivelatore) non sono perfettamente calibrati con i parametri standard e dobbiamo quindi considerare di calcolarci il coefficiente che ci permette di comparare le nostre misure con quelle del sistema standard. Se il nostro sistema fosse perfettamente calibrato al sistema standard, una volta calcolati i coefficienti di trasformazione $K(b-v)$ e $K_b e K_v$ relativi alle misure strumentali sulle due relative bande B e V, troveremo che:

$$K(v-b) = 1, e K_v = 0, K_b = 0$$

Anche se sarà molto improbabile ottenere questi valori, i coefficienti non dovrebbero comunque scostarsi di molto da questi a meno di clamorosi difetti di costruzione o di linearità del sensore.

Rispetto alla fotometria all-sky possiamo dire che per la fotometria differenziale non è vitale che le calibrazioni vengano eseguite solamente nel corso di una bella e rara “notte fotometrica” e altresì diventa inutile e dispersivo calibrare il nostro sensore su delle sequenze di Landolt, se non abbiamo scopo di calcolarci il valore della massa d’aria in funzione della diversa angolazione di osservazione; diventa, quindi, molto più semplice optare per un ammasso stellare che abbia al suo interno delle stelle di svariati indici (B-V) calibrati fotometricamente con precisione elevata e che si trovino nel campo di un unico frame. Un ottimo esempio potrebbe essere l’ammasso M67 nel Cancro. (vedi fig.4 e tabella 2).

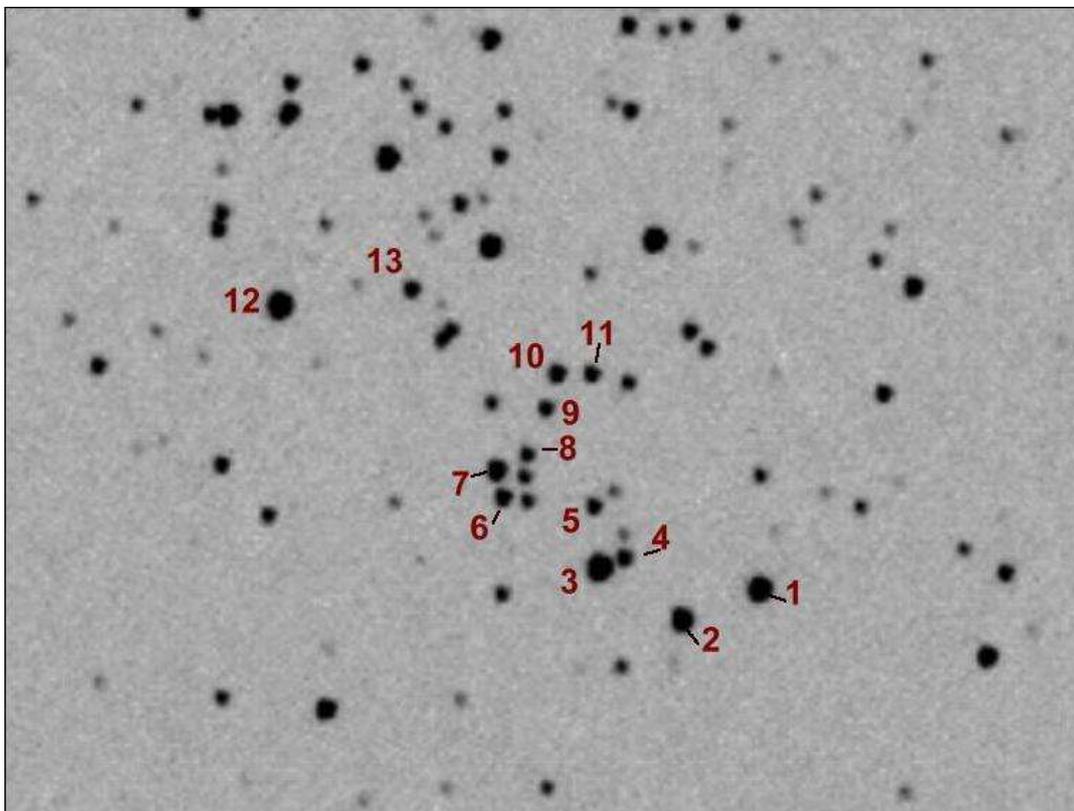


Fig.4
Campioni fotometrici in M67

| | B | V | R | B-V | V-R |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 9.929 | 10.027 | 10.059 | -0.098 | -0.032 |
| 2 | | 10.884 | 10.616 | | 0.268 |
| 3 | 11.052 | 9.701 | 8.986 | 1.351 | 0.715 |
| 4 | | 12.402 | 11.978 | | 0.424 |
| 5 | | 12.730 | 12.402 | | 0.328 |
| 6 | 12.825 | 12.256 | 11.919 | 0.569 | 0.337 |
| 7 | 12.487 | 11.346 | 10.880 | 1.051 | 0.556 |
| 8 | 13.318 | 12.869 | 12.580 | 0.449 | 0.289 |
| 9 | 13.322 | 12.769 | 12.439 | 0.553 | 0.330 |
| 10 | 12.584 | 12.118 | 11.838 | 0.466 | 0.280 |
| 11 | 13.430 | 12.630 | 12.163 | 0.800 | 0.467 |
| 12 | | 9.663 | 8.961 | | 0.702 |
| 13 | | 12.550 | 12.208 | | 0.342 |

Tabella 2

La cosa essenziale è, in altre parole, quella di trovare la relazione che esiste tra l'indice di colore strumentale da noi misurato (b-v) rispetto all'indice di colore basato sullo standard Johnson (B-V). Per fare questo è essenziale acquisire il frames con le sequenze stellari in almeno due bande fotometriche: nel nostro caso utilizzeremo appunto le bande B e V ma si può comunque decidere analogamente di eseguire lo stesso lavoro con le bande V e R.

Questi valori di coefficienti di trasformazione si devono intendere stagionali, possono subire l'influenza dell'effetto della perdita di luminosità nel tempo degli specchi piuttosto che dell'invecchiamento dell'elettronica del CCD e, pertanto, dovranno essere aggiornati almeno ogni 3-4 mesi.

Si proseguirà quindi, utilizzando il coefficiente $K(b-v)$ relativo a (b-v) per trasformare il valore strumentale di (b-v) nell'indice standard (B-V) e una volta ricavato si utilizzerà quest'ultimo valore e il coefficiente K_v relativo a (v) per trovarci la magnitudine standard V di ogni stella della sequenza nell'ammasso.

Andando per ordine, seguiamo ad acquisire un certo numero di frames alternativamente nelle due bande fotometriche distinte. Tali frames suddivisi nelle due bande andranno poi mediati fra di loro in modo tale da poter ottenere un buon rapporto segnale-rumore (s/r) anche per le stelle più deboli che ci interessano per le nostre misure ma restando comunque attenti a non saturare il segnale delle stelle più luminose!

Andremo a leggere dal nostro software image processing (es. Astroart o AIP4Win) i valori di $(ADU)_b$ e $(ADU)_v$ delle nostre stelle conosciute delle quali abbiamo noti i valori di magnitudine standard V e l'indice del colore $(B-V)$ e quindi per conseguenza anche il valore di B . (tabella n 2)
 Come prima cosa andremo a calcolarci le magnitudini strumentali utilizzando le seguenti equazioni:

$$b = -2.5 \cdot \log (ADU)_b \quad e \quad v = -2.5 \cdot \log (ADU)_v$$

Possiamo dire che le magnitudini standard B e V sono legate alle loro magnitudini strumentali b e v dalla semplice funzione di una retta ($y=mx+q$) sullo spazio cartesiano:

$$(B-b) = C_b + K_b \cdot (B-V) \quad e \quad (V-v) = C_v + K_v \cdot (B-V)$$

Consideriamo anche che le stelle che stiamo osservando sono da considerarsi tutte sotto identico Air-Mass, cosicché l'unico coefficiente che ci interessa per la fotometria differenziale è quello del colore K che non è altro che:

Per K_b : la pendenza della retta che fitta i punti nel grafico avente nell'asse delle x i valori $(B-b)$ e nell'asse delle y i valori di $(B-V)$.

Per K_v : la pendenza della retta che fitta i punti nel grafico avente nell'asse delle x i valori $(V-v)$ e nell'asse delle y i valori di $(B-V)$.

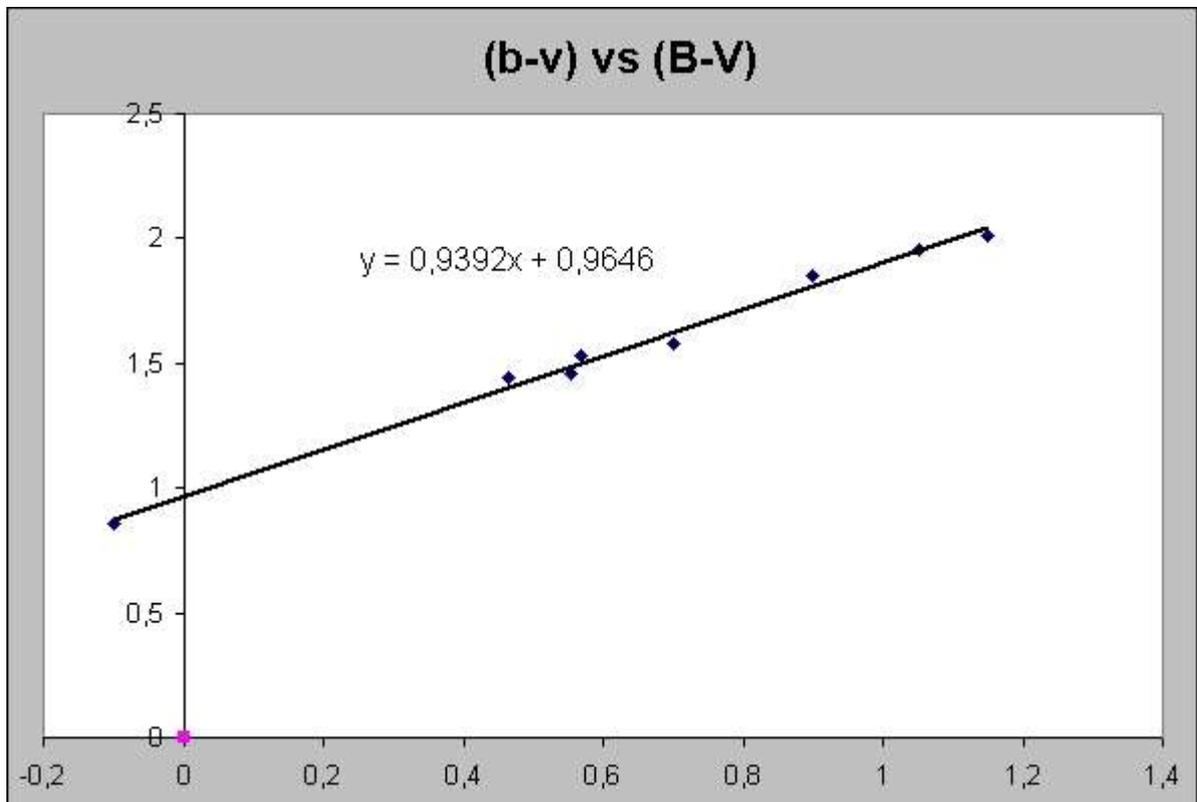
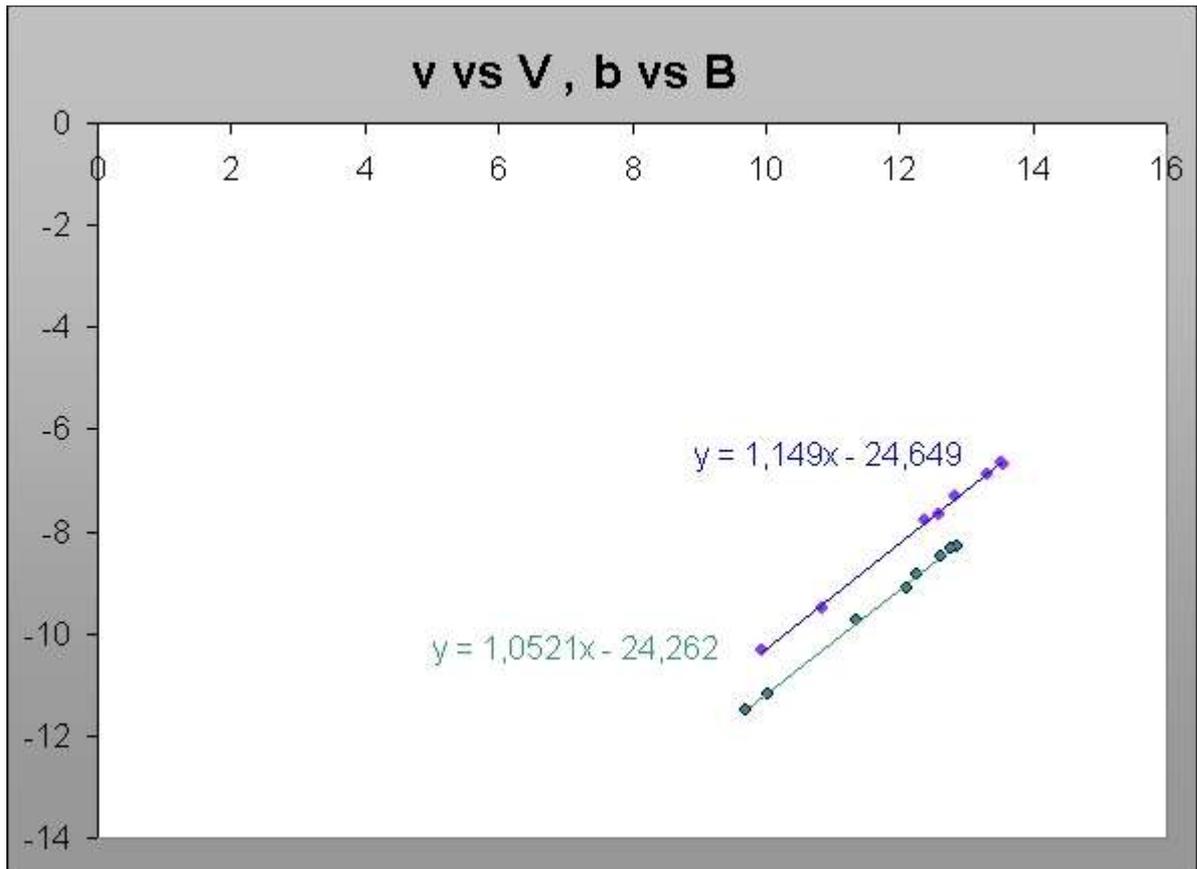
Per $K(b-v)$: la pendenza della retta che fitta i punti nel grafico avente nell'asse delle x i valori $(b-v)$ e nell'asse delle y i valori di $(B-V)$.

Tali pendenze sono ricavabili con il semplice metodo dei minimi quadrati ed eseguibile con un semplice software o con un calcolatore scientifico.

E' bene sempre costruire il proprio grafico (*grafico 1 e 2*), nel nostro caso, se lavoriamo in banda B e V , e mettendo nell'asse delle x i valori noti $(B-V)$ e nell'asse delle y i valori di $(b-v)$ la pendenza dovrà essere invertita per restituire correttamente i valori di $K(b-v)$ secondo la seguente formula:

$$B-V \text{ vs } b-v \quad \text{la pendenza sarà} = 1/K(b-v)$$

$$B-V \text{ vs } B-b \quad \text{la pendenza sarà} = K_b .$$



Dobbiamo ora ridurre i dati relativi ad una stella variabile in funzione della relativa sequenza partendo dalle misure degli ADU in banda V e B sottratti del conteggio ADU relativo al fondo cielo.

Partiremo quindi dai valori noti di $(ADU)_b$ e $(ADU)_v$ che potremmo misurare semplicemente con un software image processing del tipo Astroart, che sarà in grado di fornirci anche il dato relativo al rapporto segnale-rumore per ogni misura $(S/N)_b$ e $(S/N)_v$. Tali dati saranno necessari poi per il calcolo dell'incertezza delle misure chiamato anche con un termine un po' improprio "errore".

Con la formula già vista in precedente andremo anche qui a ricavarci come prima cosa le magnitudini strumentali che chiameremo v e b con la seguente formula:

$$v = -2.5 \cdot \log(ADU)_v \quad e \quad b = -2.5 \cdot \log(ADU)_b$$

Riguardo la nostra stella variabile possiamo stimare il valore B-V che chiameremo $Var(B-V)$ come segue:

$$Var(B-V) = [(v-b) - Int(s)] / K(b-v)$$

dove $Int(s)$ è uguale al valore di intercetta della retta nel grafico avente nell'asse delle x i valori strumentali di $(b-v)$ relativi alla sequenza delle stelle di confronto e nell'asse delle y i valori noti $(B-V)$ relativi alle stelle di confronto. $K(b-v)$ è il coefficiente di trasformazione del colore e corrisponde alla pendenza della retta nel grafico della calibrazione eseguita sull'ammasso M67 avente nell'asse delle x il valore strumentale $(b-v)$ e nell'asse delle y l'indice noto per stella di $(B-V)$.

Per ogni stella della sequenza con magnitudini e indice B-V noti, andremo a calcolarci i valori di C_b e C_v legati dalle seguenti funzioni ai valori di ADU acquisiti nelle due bande:

$$C_b = B - (-2.5 \log(ADU)_b) - K_b * (B-V) \quad e$$

$$C_v = V - (-2.5 \log(ADU)_v) - K_v * (B-V)$$

Dove K_b e K_v sono i coefficienti di trasformazione del colore che corrisponde alla pendenza della retta nel grafico della calibrazione eseguita su M67 avente nell'asse delle x $(B-b)$ e nell'asse delle y $(B-V)$ per la banda B e $(V-v)$ vs $(B-V)$ per la banda V.

Possiamo ora andare a calcolarci il valore della magnitudine in V della nostra variabile che chiameremo come $VarV$:

$$VarV = V_s + (C_v) + K_v * Var(B-V)$$

Potremmo ora estrapolarci anche la magnitudine B della variabile che corrisponderà a :

$$VarB = VarV + Var(B-V)$$

A questo punto sarà semplice ripetere le operazioni per tutte le stelle di confronto delle quali conosciamo già i valori fotometrici e sarà quindi importante effettuare un controllo tramite l'osservato meno il calcolato (o-c) sull'attendibilità della sequenza.

Questo valore di delta risulta molto importante sulle sequenze preliminari: la maggior parte delle carte di riferimento CCD del GRAV infatti, sono preliminari; non si è altresì ancora sicuri della costanza di tali stelle se non dopo anni di osservazione costante; da qui l'importanza di identificare subito le stelle che derivano clamorosamente nel valore di o-c sopraccitato .

Bene, abbiamo quasi finito, non prima però di stimare l'errore inteso come incertezza delle nostre misure. E' un dato molto importante e che deve accompagnare le misure della variabile nei report all'AAVSO per fare un esempio.

Questo valore è inversamente proporzionale al rapporto segnale-rumore (s/n), in parole povere quanto più elevato è tale rapporto tanto più bassa è l'incertezza delle nostre misure, e precisamente:

$$\text{errV} = 2.5 \cdot \log(1 + 1/(S/N)_v) \quad \text{e} \quad \text{errB} = 2.5 \cdot \log(1 + 1/(S/N)_b). \quad (2)$$

Il metodo di fotometria sopra illustrato viene utilizzato per ottenere delle misure di magnitudine standard di precisione lavorando in fotometria differenziale, ovviamente necessita di precise sequenze di confronto all'interno di un'unica immagine ma di certo non è l'unico metodo di lavoro nel campo delle stelle variabili.

I calcoli che abbiamo visto fin qui per ottenere delle buone misure fotometriche tenendo presente i coefficienti di trasformazione sono stati riassunti automaticamente in modo veramente geniale dall'amico Mauro Graziani in un foglio excel scaricabile direttamente dal sito del GRAV (www.grav.it) che calcola automaticamente il tutto in modo veloce facendo risparmiare un sacco di tempo prezioso!

Oltre al ben più laborioso metodo della fotometria all-sky, attuabile comunque soltanto in notti cosiddette "fotometriche" caratterizzate da buona limpidezza e buon seeing e per la quale subentrano altri coefficienti come quello della estinzione atmosferica in funzione della massa d'aria, ecc... a volte diventa vantaggioso, per certi tipi di stelle variabili, lavorare semplicemente in fotometria differenziale con un unico filtro V confrontando la nostra stella variabile (V) con una stella di confronto (C) e una stella di controllo (K) senza tener conto di alcun coefficiente e svolgendo più misure possibili nell'arco di una seduta. In questo caso il nostro fine non sarà certo quello di ottenere una misura di magnitudine standard di precisione ma piuttosto di riuscire a trovare per esempio il momento esatto dei minimi di una binaria ad eclisse, e di conseguenza calcolare l'effemeride; ma anche, ad esempio, per trovare il periodo o il semplice delta di scostamento di una curva di una variabile di cui non si conoscono parametri. A tale scopo il filtro V di Johnson servirà solamente per poter paragonare le nostre misure con quelle della banda visuale.

Ulteriori approfondimenti sul programma fotometrico CCD, sul coefficiente di trasformazione del colore applicato alla fotometria differenziale con l'ausilio di fogli elettronici excel di supporto al sistema si possono trovare nel sito web del GRAV: www.grav.it.

10. *Analisi dei dati*

Introduzione

In questo capitolo passeremo in rassegna alcuni dei metodi di analisi dei dati raccolti durante le osservazioni, con particolare attenzione a quanto succede con le osservazioni visuali [17]. I concetti di base comunque sono validi anche per le altre metodiche di studio delle variabili (CCD, fotometria fotoelettrica). Non è richiesta una particolare preparazione: il livello di matematica della scuola media superiore è sufficiente, anche se è fortemente consigliato l'approfondimento di alcuni argomenti su testi specifici. Gli argomenti che tratteremo sono:

1. La raccolta dei dati.
2. Gli errori nelle osservazioni.
3. Indici statistici e loro significato.
4. Come esprimere i dati.
5. Un primo sguardo alla curva di luce.
6. Il grafico di fase e il *compositage*.
7. Aggiustamento della sequenza personale.
8. L'effetto Carnevali nelle osservazioni visuali.
9. Interpolazione e costruzione di modelli matematici.
10. Note sulla ricerca dei minimi e dei massimi.
11. Generalità sui metodi di analisi dei periodi.
12. Uso delle effemeridi.
13. Il diagramma O-C.
14. Calcolo delle effemeridi.
15. Costruzione di modelli per variabili ad eclisse.

10.1 La raccolta dei dati

La numerosità dei dati che raccogliamo con le osservazioni rappresenta un punto cruciale, per il semplice motivo che, come avviene per qualunque condizione sperimentale, dobbiamo ottenere una quantità di informazioni (in termini statistici: un campione) che sia rappresentativo della situazione reale. Appare subito evidente che non possiamo costruire una curva di luce che possa darci informazioni sul sistema che vogliamo studiare con pochi punti, per cui dovremo cercare di ottenere il maggior numero possibile di osservazioni.

Il numero di stime di magnitudine che possiamo ottenere dipende da diversi fattori:

- **Il tipo di oggetto che osserviamo:** una nova o una supernova sono eventi che non si ripetono, per cui vanno seguiti in maniera costante. Le cose sono decisamente migliori per stelle chiaramente periodiche, che però dovrebbero essere seguite in maniera sistematica per avere un numero sufficiente di massimi e minimi da analizzare. In particolare, come vedremo più avanti, è importante avere il minor numero possibile di lacune nella serie di osservazioni.
- **Il tempo atmosferico e la disponibilità degli osservatori.**
- **La posizione della stella:** le stelle circumpolari possono essere seguite senza difficoltà praticamente per tutto l'anno, a differenza delle altre, per le quali avremo necessariamente delle lacune "stagionali" nella serie di osservazioni.
- **La magnitudine** (in particolare il *range* di magnitudine) che condizioni la possibilità di osservare o meno la stella, a seconda del tipo di strumenti a disposizione.
- **Il periodo della stella:** una stella tipo Mira richiede osservazioni molto protratte nel tempo, mentre una variabile ad eclisse o una stella tipo RR Lyrae possono essere seguite per un periodo relativamente breve se quello che vogliamo è stabilire la forma della curva di luce (mentre per il calcolo dell'effemeride è necessario osservare più minimi o massimi)

Teoricamente la situazione migliore è quella in cui molti osservatori seguono costantemente la stessa stella, ma anche un solo osservatore molto attivo può ottenere una quantità di dati sufficiente, specialmente per stelle di medio-breve periodo.

10.2 Gli errori nelle osservazioni

Nessuna delle stime che facciamo corrisponde in realtà il valore “vero” della magnitudine della stella. In sostanza, come avviene in tutte le scienze sperimentali, ogni nostra misura è inevitabilmente affetta da un certo grado di incertezza.

Da un punto di vista pratico distinguiamo due tipologie di errore:

1. **Gli errori casuali:** come dice il nome, questi errori seguono delle regole probabilistiche, per cui non possono essere conosciuti a priori né come entità né come direzione (in eccesso o in difetto), ma possono comunque essere previsti teoricamente, nel loro comportamento *medio*, su un numero molto grande di misure. Nella pratica, se ammettiamo che questo tipo di errori segua una distribuzione di tipo gaussiano (v. oltre) li troveremo distribuiti in modo simmetrico intorno ad un valore centrale, sia in eccesso che in difetto (se il numero delle misure è elevato): la ripetizione delle misure è quindi un modo per compensare la presenza di errori casuali. Su questo ritorneremo più avanti.
2. **Gli errori sistematici:** sono errori di tipo deterministico, cioè legati a fattori controllabili. A differenza dei precedenti, la ripetizione delle misure non li corregge.

A questo punto vediamo quali sono le cause di errore nelle osservazioni.

In primo luogo possiamo considerare alcune condizioni di disturbo, come ad esempio:

Foschia, nubi, luci

Condizioni climatiche sfavorevoli (vento, basse temperature) o posizioni scomode assunte durante l'osservazione, per cui l'osservatore tende a eseguire la stima in modo frettoloso, a scapito della precisione.

Ottiche sporche o appannate.

E' evidente che quando ci accingiamo ad iniziare una serata osservativa dobbiamo cercare di metterci nelle condizioni migliori possibili, almeno per quanto riguarda il comfort, in modo da avere tutto il tempo di eseguire ciascuna stima con calma.

Ci sono poi una serie di fattori, ancora legati allo strumento o all'osservatore e al metodo:

- 1 **Il tipo di strumento usato:** sarebbe bene non eseguire stime di stelle che sono molto vicine alla magnitudine limite dello strumento. Ad esempio se dobbiamo stimare una stella che raggiunge la magnitudine 13.5 con un telescopio da 200mm, potremo trovarci in difficoltà in vicinanza del minimo. Oltre a questo dobbiamo considerare che la stessa stella, ad esempio di magnitudine 6 (quindi piuttosto luminosa), non è vista nello stesso modo in un telescopio di 200mm o in un binocolo 7x50 ed inoltre, se il campo è piccolo, è possibile che le stelle di confronto non siano visibili, costringendo l'osservatore a memorizzare la magnitudine della variabile per poi spostarsi sulla stella di confronto. In sostanza dobbiamo programmare le nostre osservazioni scegliendo lo strumento più adatto o, viceversa, le stelle che sono facilmente accessibili.
- 2 **L'effetto Purkinje:** l'occhio, nella visione notturna in particolare, tende a vedere le stelle rosse più brillanti di quello che sono in realtà. Ci sono inoltre differenze tra un osservatore e l'altro nella sensibilità della retina ai colori e alle diverse intensità luminose. Per ovviare all'effetto legato al colore, possiamo adottare la tecnica del *quick glance*, che consiste nel non soffermarsi sulla stella per più di un secondo o, in alternativa, sfuocare l'immagine fino ad annullare le differenze di colore. Un solo osservatore vedrà comunque la stella sempre nello stesso modo per cui potrà ugualmente ottenere una curva di luce attendibile (ma che potrà essere traslata in magnitudine media rispetto a quella di altri osservatori). I problemi relativi agli errori legati a differenze di colore verranno trattati nel paragrafo relativo alla calibrazione delle osservazioni visuali (vedi appendice N).
- 3 **L'effetto dell'angolo di posizione:** solitamente si raccomanda di fare in modo che la linea ideale che congiunge la variabile con la stella di confronto, sia parallela alla linea che congiunge

gli occhi dell' osservatore (questo perché in questo modo siamo sempre sicuri di osservare le stelle con la stessa parte della retina). Se ciò non avviene possiamo trovare notevoli discrepanze fra le stime non solo di diversi osservatori, ma anche fra stime ripetute dallo stesso osservatore. Il problema nasce soprattutto con le osservazioni al binocolo o con strumenti newtoniani che non possono ruotare il tubo ottico. E' meno sentito con gli strumenti dotato di diagonale, che può essere ruotato.

- 4 **L'effetto Carnevali** [3]: anche un osservatore allenato, a volte, tende a vedere una differenza di luminosità tra due stelle, anche se queste sono perfettamente uguali. Inoltre è possibile che, utilizzando il metodo di stima di Argelander, non venga attribuito lo stesso numero di gradini a differenze uguali di luminosità. In questo modo otteniamo delle curve di luce distorte. Torneremo in seguito sull' argomento, per capire come si manifesta l'effetto e introdurre un metodo di correzione.
- 5 **Condizionamento dell'osservatore**: è tipico del principiante (ma non risparmia neppure gli esperti): l'osservatore può essere influenzato dal ricordo di una stima precedente o dalla conoscenza della variazione della stella (ad esempio l'attesa del minimo di una binaria ad eclisse). Questo inconveniente può essere superato solo con la pratica, ricordando di usare l'occhio come se fosse una macchina fotografica e registrando solo quello che realmente si vede (anche se non ce lo aspettiamo).
- 6 **Metodo di stima**: il metodo di Argelander [1] [20] è abbastanza usato, anche se richiede un certo allenamento iniziale. La dimensione dei gradini è variabile da osservatore ad osservatore (questo rende ragione dell' utilità della personalizzazione della sequenza di confronto). Inoltre i gradini sono tipicamente differenti, come entità, l'uno dall'altro (metodo non lineare) [21]. Come sappiamo non ha senso attribuire gradini superiori al 5° e la precisione delle stime tende ad essere minore per i valori estremi dei gradini (ad esempio una stima del tipo A(5)V(5)B è poco precisa per la grande ampiezza dell'intervallo fra le due stelle di confronto). Il metodo di Pogson [21] è meno usato e richiede un notevole allenamento, dato che è necessario visualizzare differenze piccole di magnitudine. Il metodo di stima per confronto diretto, come quello in uso fra gli osservatori dell' AAVSO [2], richiede che ci siano due stelle di confronto vicine, come magnitudine, alla variabile, per ottenere una stima precisa. In pratica è equivalente al metodo frazionario, che consiste, in modo simile al metodo classico di Argelander, nel dividere l'intervallo fra le due stelle di confronto in un certo numero di parti uguali (tipicamente 10) e cercare di stabilire la posizione della variabile in questo intervallo. La differenza con il classico metodo a gradini di Argelander è che qui i gradini sono tutti uguali.

10.3 INDICI STATISTICI

Una volta raccolti i dati possiamo passare alla fase di analisi vera e propria. Ci sono alcuni indici statistici che troveremo costantemente: la media (aritmetica) , la varianza e la deviazione standard (o scarto quadratico medio).

La media aritmetica è data dalla somma delle singole osservazioni, divisa per il loro numero (N). In simboli:

$$x_m = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (1)$$

Va ricordato che la media aritmetica è molto sensibile ai valori "fuori scala", cioè molto alti o molto bassi: ad esempio se abbiamo tre osservazioni uguali (10, 10, 10) , la loro media sarà 10, ma se uno di questi valori è molto diverso dagli altri (ad esempio, 10, 10, 40), la media cambia molto (in questo caso sarà 20). E' necessario fare attenzione quindi quando dobbiamo fare la media di più stime effettuate nello stesso momento o in istanti molto ravvicinati, perché i valori fuori scala possono falsare la media (che possiamo assumere rappresentare il valore "vero" della grandezza misurata).

Il secondo indice statistico con cui ci possiamo trovare ad avere a che fare è la *varianza*, data da:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - x_m)^2}{N - 1} \quad (2)$$

Dove x_i è il valore i-esimo e x_m è la media. L'elevazione al quadrato serve per avere sempre valori positivi. Più usata è comunque la *deviazione standard* (o *scarto quadratico medio*), che non è altro che la radice quadrata della varianza:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - x_m)^2}{N - 1}} \quad (3)$$

La deviazione standard (indicata anche come DS) rappresenta la dispersione dei punti intorno alla media e, rispetto alla varianza , ha il grosso vantaggio di essere espressa nella stessa unità di misura. Se abbiamo dei dati distribuiti normalmente (cioè secondo una gaussiana, figura.1), la deviazione standard ci dice come questi punti sono distribuiti intorno alla media, che rappresenta il valore centrale della distribuzione: il 68% dei valori è contenuto entro $\pm 1\sigma$, mentre il 95% è compreso entro due volte la deviazione standard.

Nel nostro caso la deviazione standard fornisce informazioni sulla precisione di una osservazione: se la deviazione standard è, per esempio, 0.1, vuol dire che ognuna delle nostre stime differisce dalla media di un valore più o meno grande, ma che comunque non sarà più di 0.1 magnitudini in

valore assoluto (cioè differirà dalla media \bar{x} , in più o in meno, di non oltre 0.1 magnitudini). Questo indice caratterizza il metodo e l'osservatore ed è riferito agli errori osservativi di tipo casuale [6].

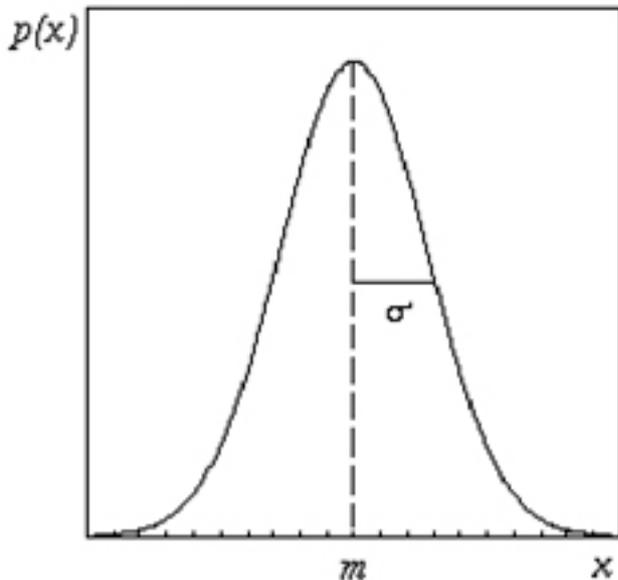


Figura 1. Esempio di distribuzione gaussiana.

Come abbiamo detto, la deviazione standard rappresenta l'incertezza associata ad una singola osservazione. L'errore (cioè l'incertezza) che possiamo associare alla media di più osservazioni è, invece, dato da:

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (4)$$

Questo è l'*errore standard della media* (SE) o *errore medio della media*, che indica l'incertezza di un risultato calcolato e migliora aumentando il numero delle osservazioni (a differenza di quanto avviene per la deviazione standard) entro dei limiti imposti dalla presenza di errori sistematici. Si deve notare comunque che è necessario che le singole osservazioni abbiano la stessa precisione (espressa da σ) e siano indipendenti (quindi non possono essere stime consecutive fatte dallo stesso osservatore).

Sarebbe utile, per ogni osservatore, stabilire a priori la precisione delle proprie stime con il metodo e lo strumento che utilizza di solito. Dovendo poi esprimere il risultato \bar{x} , se la magnitudine ricavata nelle osservazioni è ottenuta con una sola stima verrà utilizzato il valore di σ , se invece la magnitudine è calcolata come media di più osservazioni (indipendenti, ad esempio la media di più osservazioni fatte in giorni successivi oppure la media di stime di osservatori diversi) il valore da utilizzare sarà quello di SE. È necessario fare attenzione all'uso della media di più osservazioni fatte in giorni diversi: in questo caso ciò ha senso solo se la stella varia molto lentamente, per cui possiamo considerarla costante per alcuni giorni (ad esempio variabili tipo Mira), perché altrimenti la dispersione delle stime risentirebbe anche della variazione reale della magnitudine della stella. Come vedremo più avanti, è possibile calcolare in anticipo quanto deve essere ampia la finestra temporale entro cui prendere i valori per calcolare la media, in modo da mantenere l'errore entro un limite accettabile.

10.4 Come esprimere i dati

Precisiamo subito che quando dobbiamo esprimere un dato, dobbiamo indicare *sempre* anche l'errore ad esso associato, sia che si tratti di un valore di magnitudine, di tempo (come l'istante di minimo) o altro.

Quando calcoliamo una magnitudine con la formula di Argelander oppure calcoliamo la media di più osservazioni, dobbiamo tenere presente che, a seconda del metodo (visuale, CCD, fotometria) che abbiamo usato, possiamo raggiungere solo un certo grado di precisione. Ad esempio, nell'osservazione visuale, non avrebbe senso esprimere le magnitudini con una precisione superiore al decimo di magnitudine, dato che anche un osservatore ben allenato non sarebbe in grado di distinguere variazioni più piccole di queste.

Per esempio potremo esprimere una stima di magnitudine visuale così:

$$7.5 \pm 0.1$$

Per indicare l'incertezza di 0.1 magnitudini. Ricordiamo che se la magnitudine è ricavata facendo la media di più osservazioni, il valore 0.1 rappresenta l'errore standard della media. In sede di calcolo comunque si può lavorare con più decimali (2-3) arrotondando poi alla fine.

L'arrotondamento viene solitamente fatto in questo modo: supponiamo di avere un valore con tre decimali e volerlo arrotondare a due; se la terza cifra decimale è inferiore a 5, si arrotonda per difetto, lasciando la seconda inalterata; se la terza cifra decimale è 5 o superiore, si arrotonda per eccesso aumentando di 1 la seconda cifra decimale. Per esempio:

7.564 si arrotonda a 7.56

7.566 si arrotonda a 7.57

Un problema nasce quando dobbiamo osservare visualmente stelle che presentano una piccola variazione (diciamo, 0.5 magnitudini), come alcune binarie ad eclisse. In questo caso, se usiamo il metodo di Argelander e arrotondiamo i valori di magnitudine alla prima cifra decimale, potremmo ottenere valori tutti uguali.

Supponiamo di avere tre stime di questo tipo:

7.6 (3) V (2.5) 8.1

7.6 (3) V (2) 8.1

7.6 (3) V (1.5) 8.1

Se calcoliamo la magnitudine con la formula di Argelander e arrotondiamo al primo decimale secondo la regola vista sopra, otteniamo, in tutti e tre i casi, il valore di 7.9. In questo caso non abbiamo nessun tipo di informazione sulla variazione di magnitudine che, in realtà, ammettendo che l'osservatore abbia fatto le cose per bene, è stata osservata con addirittura una differenza di un gradino fra la prima e la terza stima.

Se però non arrotondiamo e prendiamo la seconda cifra decimale otteniamo tre valori tra loro diversi:

7.87

7.90

7.93

In questo modo possiamo costruire la curva di luce e determinare l'istante del minimo. E' bene utilizzare, in casi come questo, cartine di riferimento che riportino le magnitudini fino al secondo decimale.

Come abbiamo detto in precedenza, a volte dobbiamo calcolare la media di più osservazioni, per esempio se abbiamo dati ottenuti su un arco di tempo molto lungo (anni o decenni), in modo da

ottenere una curva di luce facilmente leggibile o riportare i dati in tabelle di dimensioni ridotte. Da un punto di vista del calcolo attualmente il problema non è sentito, data la velocità e la capacità di calcolo di qualsiasi computer. Dovendo comunque calcolare una media dobbiamo considerare che anche questa semplice operazione è affetta da un errore. Volendo mantenere l'errore entro un limite prefissato, possiamo calcolare quanto deve essere l'intervallo di tempo entro cui prendere i dati da utilizzare in questo modo:

$$T \leq \frac{1}{\pi f} \sqrt{\frac{E_T}{A}} \quad (5)$$

Dove T è l'ampiezza della finestra (in giorni), E_T è l'errore massimo tollerato (in magnitudini), A l'ampiezza di variazione della stella (*range*) e f la frequenza di variazione (tenendo conto che $1/f$ è il periodo della stella [5]).

Per quanto riguarda l'espressione dei dati temporali (data dell'osservazione, istanti di minimo o di massimo), si fa riferimento solitamente alla data espressa in giorni giuliani (G.G o J.D), in modo da avere un riferimento uniforme per tutti gli osservatori. Il numero di decimali da utilizzare in questo caso (corrispondenti a frazioni di giorno), dipende dalla precisione richiesta, che varia a seconda del tipo di stella osservata. Per queste considerazioni si rimanda alla appendice relativa.

Ricordiamo che tutti i tempi sono solitamente tempi *geocentrici*, cioè riferiti a un osservatore posto sulla Terra. Nel caso in cui si osservino stelle per le quali la precisione del dato temporale deve essere migliore di 5 minuti, come ad esempio le binarie ad eclisse e le RR Lyrae, è necessario tenere conto della posizione della terra nei diversi periodi dell'anno. A causa del moto della terra intorno al sole, la distanza fra l'osservatore, posto sulla terra, e la stella, varia continuamente e quindi varia anche il tempo impiegato dalla luce a coprire tale distanza, con un ritardo o un anticipo che può arrivare a circa 8 minuti a seconda che l'osservatore si trovi in A o in B (figura 2).

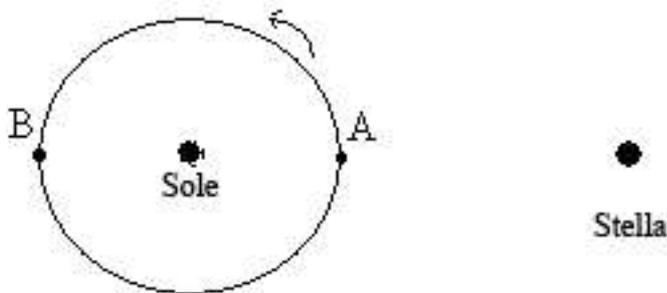


Figura 2. La luce proveniente dalla stella raggiunge l'osservatore con un ritardo o un anticipo diverso a seconda della posizione della Terra lungo l'orbita.

Il calcolo della correzione eliocentrica si effettua così:

$$HJD = JD + \Delta t \quad (6)$$

$$\Delta t = -0.0057755 [R \cos \vartheta (\cos \alpha \cos \delta) + R \sin \vartheta (\sin \epsilon \sin \delta + \cos \epsilon \cos \delta \sin \alpha)] \quad (7)$$

oppure:

$$\Delta t = -0.0057755[(\cos\delta \cos\alpha)X + (\tan\varepsilon \sin\delta + \cos\delta \sin\alpha)Y] \quad (8)$$

Dove:

R : è la distanza terra-sole, in unità astronomiche, alla data considerata.

ε : è l'obliquità delle eclittica,

α e δ sono le coordinate equatoriali della stella, espresse in gradi centesimali, alla data considerata,

ϑ : è la longitudine celeste del sole a quella data,

X e Y : sono le coordinate rettangolari (geocentriche) del sole per la data in questione, deducibili da un almanacco (come quello dell' UAI, per esempio).

10.5 Un primo sguardo alla curva di luce

Una volta raccolti i dati e organizzati in una tabella, la prima cosa da fare è costruire un grafico in cui si riporta la magnitudine in funzione del tempo:

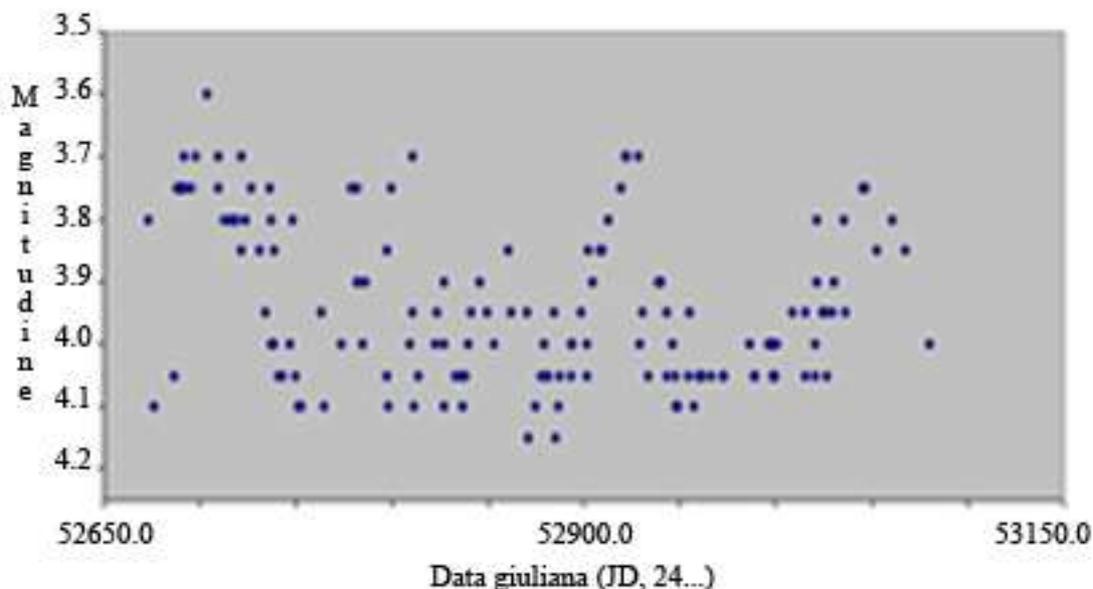


Figura 3. Esempio di curva di luce.

Già dalla semplice osservazione della curva di luce possiamo evidenziare:

1. La presenza di grossolane periodicità.
2. La presenza di punti anomali, ad esempio quelli corrispondenti ad osservazioni che cadono al di fuori del *range* conosciuto della stella, oppure la presenza di discrepanze fra osservazioni eseguite in istanti ravvicinati.
3. La presenza di lacune nella serie delle osservazioni.

Nell' esempio sopra si nota, oltre alla evidente oscillazione della magnitudine, la presenza di osservazioni, eseguite quasi alla stessa data, che differiscono tra loro di parecchi decimi di magnitudine. Ciò può essere indice di errore nelle osservazioni o di problemi relativi alla sequenza

di confronto, come per esempio l'assenza di stelle di riferimento sufficientemente vicine al valore massimo o al minimo, che rende difficoltosa la stima.

L'osservazione della curva di luce è quindi di importanza fondamentale per evidenziare dei possibili problemi che potrebbero poi essere portati anche nella successiva fase di analisi.

10.6 Il grafico di fase e il *compositage*

Il grafico di fase non è altro che una curva di luce in cui la magnitudine, invece che come funzione del tempo, è espressa in funzione della *fase del ciclo*. La tecnica del *compositage* consiste nel ricostruire la forma della curva di luce a partire da osservazioni della stessa stella effettuate in momenti diversi, con lo scopo di studiarne i caratteri generali. Questa procedura si applica bene allo studio visuale di stelle con periodo molto breve (ad esempio le RR Lyrae).

Le informazioni ottenute riguarderanno solamente l'andamento generale della variazione luminosa, mentre per uno studio più approfondito è necessaria l'osservazione diretta di ogni singolo ciclo di variazione (ad esempio per il calcolo dei minimi e delle effemeridi).

E' necessario avere a disposizione un numero complessivo di stime sufficientemente alto (80-100) per ottenere un risultato significativo.

Classicamente le stelle a cui si può applicare la tecnica sono le variabili ad eclisse, le RR Lyrae e le Cefeidi.

Il primo passo consiste nel calcolare la fase (ϕ) di ciascuna osservazione rispetto ad una effemeride di partenza

$$\phi = \frac{t - E}{P} \quad (9)$$

Dove E e P sono, rispettivamente, l'epoca e il periodo ricavati da una effemeride nota della stella. Del valore ottenuto prenderemo in considerazione la parte *decimale*, che rappresenta la frazione di ciclo di variazione in cui si trova la stella in quel momento.

A questo punto possiamo costruire un grafico riportando, per ciascuna stima, i valori di magnitudine in funzione della fase.

Se le stime sono molto numerose può essere più conveniente procedere calcolando le *medie ponderate*.

Per prima cosa si raggruppano le osservazioni ordinandole per il valore crescente della fase. Raggrupperemo poi le osservazioni in classi di, per esempio, 0.05 periodi: in pratica conteremo quante sono le osservazioni per le quali la fase va da 0.05 a 0.09, poi da 0.10 a 0.14, e così via. A seconda del numero di stime potremo fare la media prendendo come riferimenti intervalli più grandi o più piccoli di 0.05 (in particolare se le stime sono numerose conviene usare classi ristrette, ad esempio di ampiezza 0.03). Per ciascuna classe calcoleremo poi la media del valore della fase e il valore medio della magnitudine.

Otterremo una tabella come questa:

| Classe | N. stime | Fase media | Mag. media |
|-----------|----------|------------|------------|
| 0.05-0.09 | 5 | 0.084 | 5.42 |
| 0.10-0.14 | 2 | 0.125 | 5.54 |
| 0.15-0.19 | 4 | 0.180 | 5.48 |
| 0.20-0.24 | 6 | 0.223 | 5.52 |

Dato, comunque, che non è corretto considerare allo stesso modo medie calcolate a partire da un numero di stime diverso, dovremo procedere calcolando le *medie ponderate*, utilizzando come *peso* il numero di stime per ciascuna classe. Lo stesso discorso vale per i valori della fase media.

Il calcolo si fa applicando (sia alla fase che alla magnitudine) la formula:

$$X_{ponderata} = \frac{X_{C1}N_{C1} + X_{C2}N_{C2}}{N_{C1} + N_{C2}} \quad (10)$$

Dove il valore X sarà, di volta in volta, quello della fase o della magnitudine *medie* di due classi adiacenti ($C1$ e $C2$) e N il numero di stime per ciascuna delle due classi.

Con i valori ottenuti potremo costruire il grafico fase-magnitudine.

10.7 Aggiustamento della sequenza personale

La procedura di personalizzazione della sequenza di confronto [4] si riferisce a stime di magnitudine ottenute con il metodo di Argelander. La personalizzazione della sequenza di confronto consiste nell'adattare le magnitudini della sequenza di riferimento a quello che l'osservatore ha effettivamente visto, effettuando una calibrazione che tenga conto della diversa sensibilità dell'occhio alle diverse lunghezze d'onda. In questo modo sarà possibile effettuare la correzione di alcuni errori di tipo sistematico e rendere più omogenee le stime fatte da osservatori diversi. .

Il metodo si basa su due ipotesi di partenza:

1. Le stime devono essere tra loro indipendenti e gli errori devono essere distribuiti normalmente.
2. La risposta dell'occhio alle varie magnitudini deve essere considerata lineare.

Per procedere è necessario avere a disposizione una serie di stime effettuate con il metodo di Argelander, con almeno *tre* stelle di confronto.

Il primo passaggio consiste nel calcolare, per ogni stima, la media dei gradini (altrove indicata anche come scarto medio)

Indichiamo con A, B, C, D, ed E le magnitudini delle stelle di confronto e con x e y i gradini osservati secondo la notazione usuale, per esempio A(x) V (y) B.

Lo scarto medio dei gradini per ogni stima sarà quindi:

$$s(AB) = \frac{\sum_1^N (x_{AV} + y_{VB})}{N} \quad (11)$$

Dove x_{AV} è il numero dei gradini osservati fra la stella A e la variabile in e y_{VB} quelli osservati fra la variabile e la stella B. Come si vede dalla formula si sommano i gradini osservati per ciascuna stima fatta utilizzando le stelle A e B e si divide per N , che è il numero delle stime fatte con quella data coppia. Il calcolo si ripete per tutte le coppie di stelle di confronto.

Supponiamo di avere:

A = 6.5

B = 7.0

C = 7.4

D = 8.3

E = 8.6

E di avere calcolato i corrispondenti scarti in gradini ottenendo la seguente tabella:

| Stelle | Magnitudini | Scarti |
|--------|-------------|----------------|
| A | 6.5 | $s(AB) : 6.30$ |
| B | 7.0 | $s(BC) : 4.30$ |
| C | 7.4 | $s(CD) : 6.51$ |
| D | 8.3 | $s(DE) : 4.80$ |
| E | 8.6 | |

A questo punto fissiamo un valore di zero (0) gradini per A, e per le altre stelle dei valori pari alla somma degli scarti successivi in questo modo:

$$A = 0$$

$$B = 0 + s(AB) = 0 + 6.30 = 6.30$$

$$C = 0 + s(AB) + s(BC) = 0 + 6.30 + 4.30 = 10.60$$

$$D = 0 + s(AB) + s(BC) + s(CD) = 0 + 6.30 + 4.30 + 6.51 = 17.111$$

$$E = 0 + s(AB) + s(BC) + s(CD) + s(DE) = 0 + 6.30 + 4.30 + 6.51 + 4.80 = 21.91$$

Possiamo ora riportare tutto su un grafico (figura 5), ordinando prima i dati in una nuova tabella:

| Gradini (G) | Magnitudini (M) |
|-------------|-----------------|
| 0 | 6.5 |
| 6.30 | 7.0 |
| 10.60 | 7.4 |
| 17.11 | 8.3 |
| 21.91 | 8.6 |

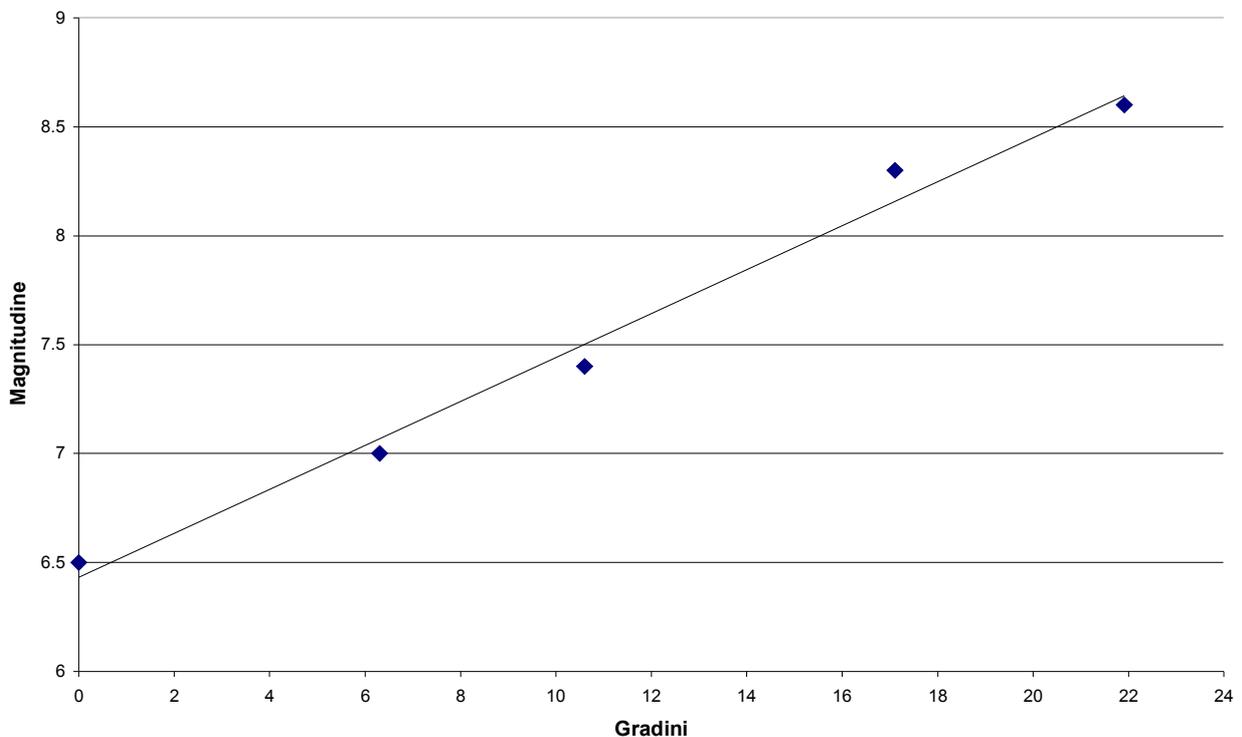


Figura 5. Retta di calibrazione per il calcolo della sequenza personale.

La retta di calibrazione (che si può determinare con il metodo dei minimi quadrati) avrà come equazione:

$$M_{corretta} = aM_{reale} + b \quad (12)$$

Dove $M_{corretta}$ e M_{reale} sono, rispettivamente, la magnitudine corretta con il calcolo e la magnitudine della stella di riferimento come è riportata sulla cartina. I coefficienti a e b si calcolano con le seguenti formule :

$$a = \frac{N \sum_1^N GM - \sum_1^N G \sum_1^N M}{N \sum_1^N G^2 - \left(\sum_1^N G \right)^2} \quad (13)$$

$$b = \frac{\sum_1^N G^2 \sum_1^N M - \sum_1^N G \sum_1^N GM}{N \sum_1^N G^2 - \left(\sum_1^N G \right)^2} \quad (14)$$

Dove G e M sono i gradini e le magnitudini ricavate dalla tabella precedente.

A questo punto è facile calcolare le magnitudini corrette sostituendo i valori corrispondenti nell'equazione (12).

10.8 *L'effetto Carnevali nelle osservazioni visuali*

Si tratta di un difetto riguardante le osservazioni visuali causato da fattori fisiologici e dalla tendenza di ciascun osservatore ad attribuire sempre una differenza di luminosità nel confronto fra due stele. Il risultato è caratterizzato da una distorsione della curva di luce, a causa di una distribuzione anomala delle stime intorno ai valori di magnitudine delle stelle di confronto.

Supponiamo di avere una stella che varia la propria magnitudine in maniera regolare e continua fra due stelle di confronto, una più luminosa e una meno luminosa e supponiamo di dividere l'intervallo di magnitudine fra le due stele di confronto in dieci parti uguali.

In teoria dovremmo avere, mediamente, un numero di stime pari ad 1/10 del totale, in ciascuna parte. Per esempio, se abbiamo effettuato 100 stime, ogni parte dovrebbe contenerne circa 10.

Se non è presente effetto Carnevali, la differenza fra la classe più ricca e quella meno ricca di stime non dovrebbe superare il 30% del totale delle stime (figura 6)

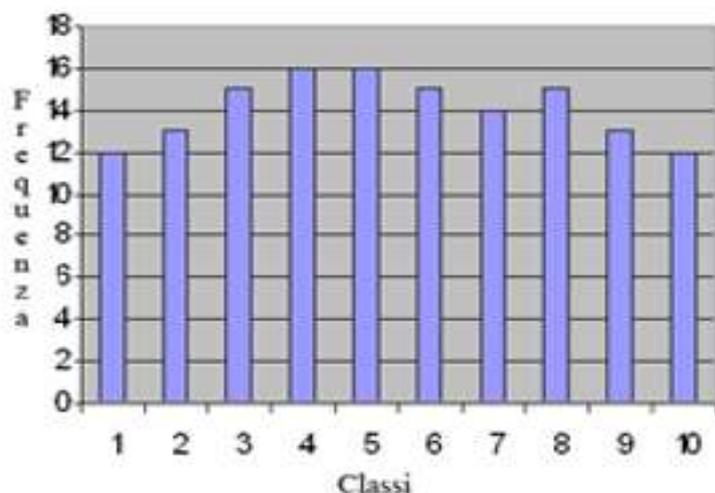


Figura 6. L'effetto Carnevali è assente se la differenza nel numero di stime fra le classi è inferiore al 30% del totale.

Quando è presente l'effetto Carnevali *semplice* l'osservatore non riesce a vedere l'uguaglianza fra la variabile e le stelle di confronto. In questo caso le classi estreme sono più povere di stime rispetto a quelle centrali (figura 7)

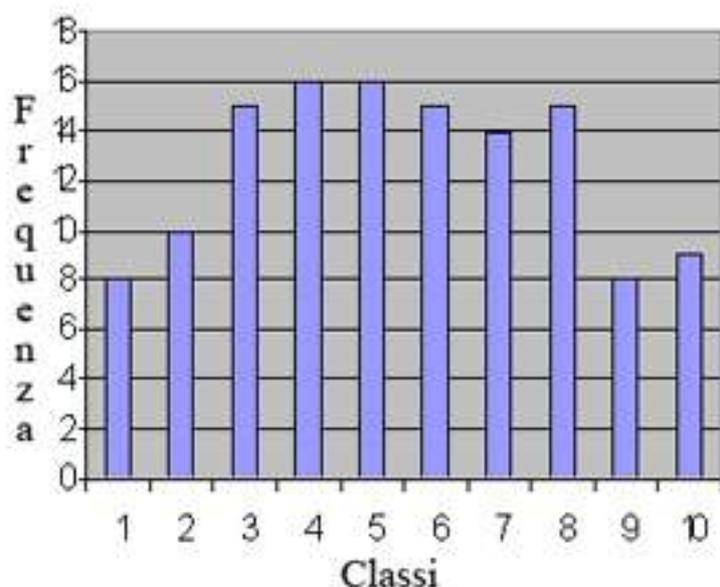


Figura 7. Quando è presente l'effetto carnevali *semplice* le classi estreme sono più povere di stime rispetto a quelle centrali in misura superiore al 30%

Infine, nel caso dell'effetto Carnevali *doppio* l'osservatore, oltre a non distinguere l'uguaglianza tra la variabile e le stelle di confronto, non riesce ad attribuire un identico numero di gradini a uguali differenze di luminosità fra la variabile e le stelle di confronto. In questa situazione saranno le classi centrali ad essere più povere di stime rispetto a quelle estreme (figura 8).

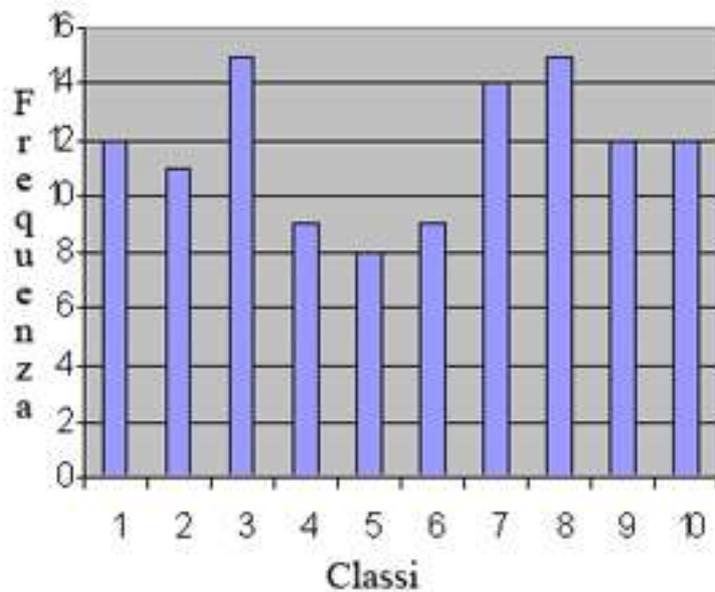


Figura 8. Nell'effetto Carnevali doppio le classi centrali sono più povere di stime rispetto a quelle estreme in misura superiore al 30%

Sarebbe opportuno effettuare una verifica periodica delle proprie stime (una o due volte l'anno), in particolare se ci troviamo di fronte a curve di luce distorte in maniera sospetta.

E' possibile verificare la presenza o meno dell'effetto Carnevali tracciando un grafico delle proprie stime (a rigore: un istogramma) scegliendo come campione delle stelle che percorrano in maniera regolare l'intervallo di luminosità tra due stelle di confronto (per esempio cefeidi o binarie ad eclisse).

Per prima cosa divideremo l'intervallo di luminosità fra le due stelle di confronto in 10 parti uguali (quindi ciascuna rappresenta il 10% dell'intervallo) e prenderemo in considerazione ciascuna stima determinando a quale classe appartiene in questo modo:

$$P = \frac{10x}{x + y} \quad (15)$$

Dove x e y sono i gradini osservati nella stima con il metodo di Argelander.

Per esempio, se abbiamo una stima del tipo A(3)V(4)B otterremo $P = 4.28$, che arrotonderemo a 4. la stima in questione appartiene quindi alla 4° classe. Fatto questo possiamo tracciare l'istogramma delle stime e avere una prima visione dell'andamento generale. Se l'effetto è evidente possiamo calcolare un fattore di correzione che ci permetta di compensare il difetto.

Per illustrare il metodo, ci serviremo di un esempio. Supponiamo di avere effettuato 226 stime. In teoria ci dovremmo aspettare una media di 22.6 stime per ogni classe. In presenza di effetto carnevali ciò non avviene. Dobbiamo a questo punto calcolare una proporzione tra il numero medio di stime che ci saremmo aspettati (22.6, appunto) e quello effettivamente osservato.

Consideriamo il numero di stime osservato per ciascuna classe:

| Classe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Stime | 2 | 5 | 32 | 31 | 16 | 18 | 48 | 41 | 29 | 4 |

La proporzione che dobbiamo calcolare è data da :

$$\frac{N}{n} = \frac{C}{Z} \quad (16)$$

Dove N è il numero di stime attese, n quello delle stime effettivamente presenti in quella determinata classe, C la classe (come *percentuale*) e Z il fattore di correzione cercato.

Tornando al nostro esempio avremo, per la prima classe:

$$\frac{22.6}{2} = \frac{10}{Z}$$

da cui otteniamo $Z = 0.89$, che arrotondiamo a 1. Proseguiamo nello stesso modo per ogni classe ottenendo una nuova tabella:

| | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| Classe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Z | 1 | 3 | 17 | 31 | 38 | 46 | 67 | 85 | 98 | 100 |

Proviamo ora a calcolare il valore di magnitudine corretto per la stima :

A(2)V(5)B

Con $A = 6.8$ e $B = 7.5$.

Calcoliamo il valore di magnitudine previsto con la formula di Argelander:

$$V = A + \frac{x}{x+y}(B-A) \quad (17)$$

da cui:

$$V = 7.0$$

Dato che però è presente un effetto Carnevali (che possiamo visualizzare costruendo l'istogramma delle stime), dovremo calcolare la correzione per il valore di magnitudine in questione.

Per mezzo dell' equazione (15) otteniamo, per questa stima:

$$P = \frac{20}{(2+5)} = 2.9$$

La stima si trova quindi compresa fra la seconda e terza classe. Il valore effettivo del coefficiente di correzione lo possiamo calcolare interpolando i valori di Z calcolati per la seconda e terza classe:

$$Z = Z_1 + \frac{P - C_1}{C_2 - C_1}(Z_2 - Z_1) \quad (18)$$

Dove:

P è la posizione (classe) calcolata per la stima in questione; 2.9 nell' esempio.

C_1 è la classe immediatamente inferiore a quella calcolata per la stima; nell' esempio la seconda classe

C_2 è la classe immediatamente superiore; nell' esempio la terza classe,

Z_1 e Z_2 sono i coefficienti di correzione calcolati per le classi C_1 e C_2 ; in questo caso rispettivamente 3 e 17.

Tornando all' esempio otterremo un valore $Z = 15.6$

Infine possiamo calcolare la magnitudine corretta in questo modo, applicando il coefficiente di correzione appena trovato:

$$V_{\text{corretta}} = Z \frac{(B - A)}{100} + A \quad (19)$$

Otterremo quindi:

$$V_{\text{corretta}} = 6.91$$

10.9 Interpolazione e costruzione di modelli matematici

Per una analisi più approfondita del comportamento delle stelle variabili, attraverso l'analisi della curva di luce, è necessario definire un modello matematico che permetta di ricavare informazioni di tipo quantitativo.

Un primo passo è quello del calcolo di una funzione che permetta di studiare l'evoluzione della variazione di magnitudine nel tempo, attraverso una descrizione della curva.

Dato che la relazione che intercorre fra le due variabili oggetto del nostro studio (al magnitudine e il tempo) è una relazione sicuramente non lineare, prenderemo in considerazione l'adattamento dei dati osservativi ad una funzione polinomiale di questo tipo:

$$m(t) = At + Bt^2 + Ct^3 + \dots + Wt^n \quad (21)$$

Ricordiamo che n rappresenta il *grado* del polinomio, $m(t)$ la magnitudine (qui indicata come funzione del tempo, t). Il calcolo della funzione che descrive al meglio l'andamento dei nostri punti si riconduce alla determinazione dei coefficienti A, B, C...W. Nella pratica dovremo cercare di trovare il polinomio che meglio si adatta alla nostra curva di luce, sia dal punto di vista "grafico" ma, soprattutto, dal punto di vista fisico: infatti se noi abbiamo N punti, un polinomio di grado $N-1$ descriverà una curva in grado di passare attraverso *tutti* i punti sperimentali, ma ciò non significa che questo abbia un reale significato fisico. Una volta definito il modello dovremo quindi verificarne l'adattamento alla realtà.

Il metodo per la determinazione dei coefficienti del polinomio è quello dei *minimi quadrati*.

In sostanza, calcoleremo i valori di A, B, C...W tali da mantenere *minima* la quantità :

$$\sum_1^N [m(t) - (At + Bt^2 + Ct^3 + \dots + Wt^n)]^2 \quad (22)$$

Si tratta cioè di mantenere la minimo il quadrato della differenza fra i valori osservati e quelli calcolati (l'elevazione al quadrato serve per evitare i valori negativi), come si vede dalla figura 9.

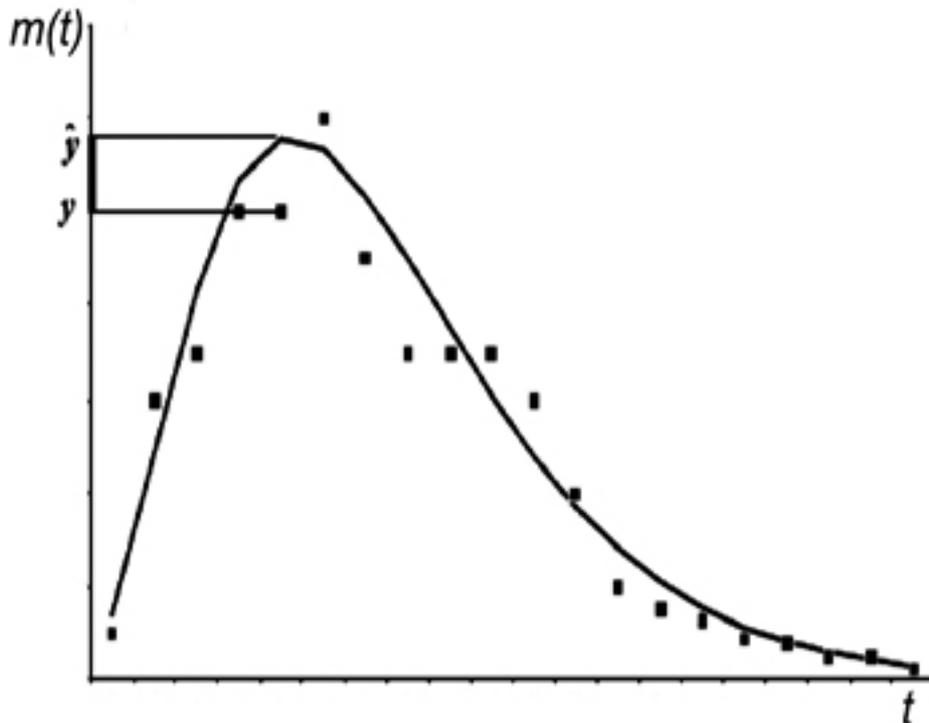


Figura 9. Illustrazione del metodo dei minimi quadrati.

La parte di calcolo è relativamente complessa per polinomi di grado superiore al secondo e non verrà trattata qui. L'argomento è comunque trattato in maniera approfondita su qualsiasi testo di statistica. Qualsiasi buon software statistico e pacchetti dedicato all'analisi delle curve di luce (come TS, distribuito dall'AAVSO, [14]), fornisce il supporto necessario per il calcolo, ricavando i valori dei coefficienti e i valori della funzione corrispondenti ai vari punti. Oltre a questo è possibile (e necessario) studiare l'andamento dei *residui* (che in sostanza rappresentano la differenza fra i valori teorici e quelli calcolati), per valutare l'adattamento del modello ai dati reali: i residui dovrebbero avere media zero e dovrebbero essere distribuiti in modo uniforme intorno al valore centrale.

10.10 Note sulla ricerca dei massimi e dei minimi

Uno dei dati che vogliamo ricavare dalla curva di luce è l'istante del massimo o del minimo. Esistono dei metodi grafici che permettono di determinare questi punti, ma si tratta di metodi che in sostanza permettono solo una valutazione grossolana dell'istante di minimo o di massimo. Generalmente ci si affida al software di analisi per la ricerca di questi punti, che possono essere visualizzati direttamente sulla curva di luce, insieme ai corrispondenti valori di magnitudine, e a programmi dedicati (ad esempio i software AVALON e TINTAGEL, di A. Gaspani, AVE, di R. Barbera, PERANSO ecc.), che utilizzano algoritmi diversi per il calcolo e sono in grado di fornire l'istante di minimo o massimo con la precisione richiesta, determinando anche l'errore corrispondente.

Per questo tipo di calcoli si rimanda alla documentazione specifica dei vari software, non essendoci un solo metodo di calcolo.

10.11 Generalità sui metodi di analisi dei periodi

Il passo successivo nell'analisi dei dati consiste in uno studio quantitativo dei periodi [18]. Non esiste *un* metodo adatto a tutte le situazioni: come avremo modo di vedere stelle con comportamento diverso possono richiedere metodi di analisi differenti per la rilevazione dei periodi (spesso più di uno) che concorrono a formare la curva di luce [22].

Analisi di Fourier.

Possiamo immaginare una curva di luce come costituita dalla somma di curve sinusoidali diverse ciascuna caratterizzata da una determinata *fase*, *ampiezza* e *frequenza*, sovrapposte in modo da ricostruire la forma del segnale originale, come si vede nella figura 10.

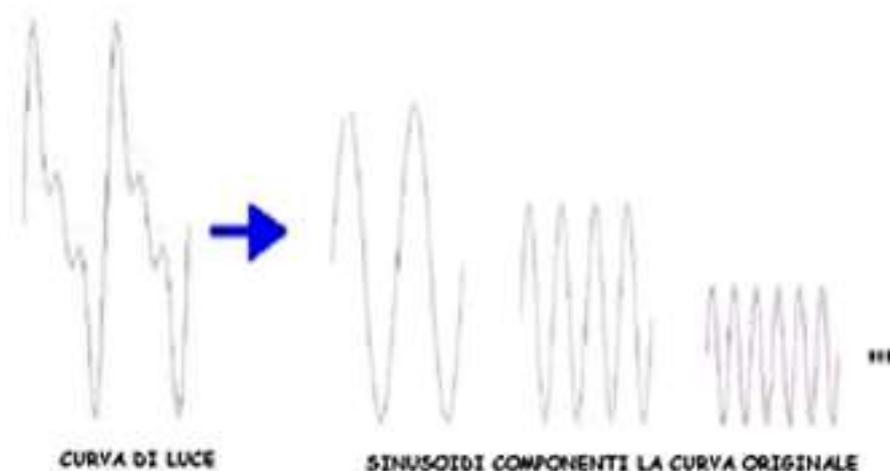


Figura 10. Una curva di luce può essere scomposta nella somma di componenti sinusoidali con diverse frequenze (periodi) e ampiezze.

Da un punto di vista matematico si tratta una combinazione lineare di curve sinusoidali (e cosinusoidali) che permette di passare da una rappresentazione nel dominio del tempo (cioè da un segnale ampiezza-tempo) al dominio della frequenza (segnale ampiezza-frequenza), come si vede nella figura 11.



Figura 11. La trasformazione di Fourier permette di passare dal dominio del tempo a quello della frequenza.

L'analisi di Fourier ci permette di identificare le frequenze (e quindi i periodi, essendo $f = 1/T$) che sono contenuti all'interno del segnale originale, scegliendo quelle più significative per costruire un modello teorico, che servirà poi per studiare lo stato del sistema ed eventualmente valutarne l'evoluzione confrontandolo con le osservazioni. Gli algoritmi che analizzano le curve di luce con questi metodi, effettuano una "scansione" della curva utilizzando, come si è detto, delle sinusoidi con determinate frequenze e ampiezze.

Da un punto di vista matematico la trasformata di Fourier assume questa forma:

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{i2\pi\nu t} dt \quad (23)$$

Per ogni valore di frequenza che vogliamo studiare ciascuna misura $f(t)$ viene moltiplicata per una funzione complessa (che, si può dimostrare, è una somma complessa di seni e coseni) e integrata per ciascun tempo. Il prodotto sarà tanto più elevato quanto più la frequenza è rappresentata nel segnale di partenza, cioè nella curva di luce. Possiamo quindi analizzare quale è il contributo di ciascuna frequenza alla costituzione della curva originale.

L'intervallo di frequenze che vengono utilizzate per l'analisi ed il livello di risoluzione che possiamo ottenere, dipendono da due caratteristiche dei dati: la loro estensione temporale e la frequenza di campionamento: tanto minore è l'estensione temporale dei dati, tanto minore sarà la risoluzione in termini di frequenza. La frequenza del campionamento (*sampling rate*), non è altro che il numero delle osservazioni compiute in un certo intervallo di tempo. Da questo parametro viene definita la *frequenza di Nyquist*, che stabilisce qual è il valore massimo di frequenza (quindi minimo periodo) da ricercare.

Il valore minimo della frequenza (quindi massimo periodo) è dato dall'estensione nel tempo dei dati stessi, vale a dire dall'intervallo di tempo coperto dalla totalità dei dati. Se ad esempio abbiamo una serie di osservazioni effettuate in 100 giorni la frequenza minima sarà di 1/100, cioè 0,01 giorni.

Considerando questo esempio dobbiamo però notare che se utilizziamo per la ricerca un periodo massimo di 100 giorni, potremmo ottenere un risultato poco attendibile perché dovremmo essere sicuri che i dati disponibili coprano almeno un intero ciclo di variazione e, se così non fosse, non potremmo essere sicuri che la variazione rilevata non rappresenti una semplice fluttuazione a breve termine piuttosto che una vera oscillazione con il periodo di 100 giorni. Un limite più accettabile potrebbe esser, in questo caso, di 50 giorni, in modo da poter verificare l'esistenza di almeno due cicli completi con quel periodo in quella serie di dati.

Uno degli algoritmi più noti per l'analisi di Fourier, implementato nella maggior parte dei pacchetti software, è l'FFT o *Fast Fourier Transform* [9], che risulta piuttosto utile se si hanno grandi quantità di dati, purché questi siano spazati in modo uniforme, cosa che nel caso delle stelle variabili non avviene sempre. Nel caso si abbiano serie di dati con molti spazi vuoti, distribuiti in maniera più o meno irregolare, un algoritmo utile è il CLEANest [10] che permette di ridurre gli inconvenienti legati alla comparsa di falsi picchi di frequenza [13], dovuti alla non uniformità nella spaziatura temporale dei dati. Nel caso in cui la spaziatura delle osservazioni non sia uniforme, i falsi picchi di frequenza (la cui frequenza è un multiplo intero della frequenza "vera") possono avere una ampiezza più piccola rispetto a quella dei picchi "veri", mentre se la spaziatura è uniforme è possibile avere dei falsi picchi con la stessa significatività di quelli reali, per cui può essere difficile fare una distinzione. Altri problemi possono sorgere a causa del *rumore di fondo*, che accompagna ogni misura (sia che si tratti di stime visuali, CCD, PEP ecc.). per una trattazione più completa del problema si rimanda alla voce n. [22] riportata nella bibliografia.

Wavelets.

Le *wavelets* ci vengono in aiuto nei casi in cui l'analisi di Fourier non è efficace [11] perché ci possono essere delle fluttuazioni transitorie, imprevedibili, all'interno di una curva di luce oppure una variazione nel tempo di una fluttuazione che all'inizio è apparentemente stabile. Pensiamo, per esempio, ai *superhumps* delle variabili cataclismiche e le oscillazioni multiperiodiche delle

variabili semiregolari e delle RV Tauri o, ancora, le progressive variazioni di periodo di stelle di tipo Mira. In particolare, applicando questo tipo di analisi, possiamo avere importanti informazioni sulla evoluzione nel tempo di parametri quali il periodo, ampiezza e fase, che descrivono fenomeni periodici o quasi periodici.

Il principio del metodo è sostanzialmente simile a quello che sta alla base dell'analisi di Fourier: si utilizzano delle funzioni matematiche periodiche da sovrapporre al segnale di partenza fino ad ottenerne un'approssimazione migliore possibile. Una differenza è nel tipo di funzione che viene proiettata sulla curva di luce. Una *wavelet* è una forma d'onda con durata limitata ed un valore medio uguale a zero, mentre le sinusoidi, che sono la base della trasformazione di Fourier, pur avendo anch'esse valore medio di zero, hanno una durata infinita e sono simmetriche. Le wavelets invece sono irregolari ed asimmetriche, come si vede nella figura 12.

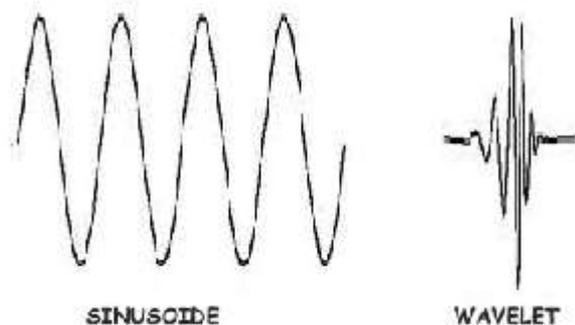


Figura 12. Differenza fra una wavelet e una sinusoida.

Per effettuare l'analisi con le *wavelets* vengono utilizzate delle forme d'onda complesse ottenute da una forma d'onda iniziale detta onda madre (*mother wavelet o wavelet kernel* [12]), che viene poi trasformata *scalando* in frequenza e *traslandola* lungo l'asse del tempo. Uno dei punti di forza dell'analisi con le *wavelet* rispetto ai metodi basati sulla trasformazione di Fourier è dato dalla possibilità di effettuare *analisi locali*, cioè l'analisi anche di porzioni limitate del segnale originale, rivelando tra l'altro anche punti di discontinuità, e di poter utilizzare *qualsiasi* funzione (e quindi non solo sinusoidi e cosinusoidi) per analizzare la curva di luce.

E' necessario precisare che, come nell'analisi di Fourier, anche l'analisi con le wavelets può risentire di una non uniformità nella spaziatura temporale delle osservazioni. Un miglioramento del metodo è rappresentato dall' algoritmo WWZ (*weighted wavelet Z-transform*), che fa parte di un pacchetto software distribuito dall' AAVSO [14].

Ricordiamo comunque che anche questo metodo ha alcuni limiti. In particolare, come per l'analisi di Fourier, risente molto della lunghezza del periodo coperto dalle osservazioni [22]: l'estensione nel tempo delle osservazioni deve essere sufficientemente lunga da coprire i periodi che pensiamo di trovare: come abbiamo visto nell' esempio fatto per l'analisi di Fourier, se i dati disponibili coprono solo 100 giorni, può avere poco senso cercare periodi più lunghi di 50 giorni. Sempre riferendosi all' esempio fatto prima, inoltre, se abbiamo una copertura dei dati su 100 giorni e il periodo di interesse è, per esempio, 20 giorni, se utilizziamo una wavelet che copre una "finestra" di 5 cicli, potremmo non essere in grado di valutare l'evoluzione nel tempo del periodo.

Autocorrelazione.

I metodi basati sull'autocorrelazione [15][16], si basano sulla ricerca di segmenti identici che si ripetono lungo tutta la curva. Si confrontano punti della curva separati tra loro da un intervallo di tempo definito, per cercare delle similitudini. Dal punto di vista matematico viene impiegata una funzione, detta appunto funzione di autocorrelazione, per evidenziare dei punti della curva di partenza che in qualche modo sono legati ai punti precedenti.

Questa funzione presenterà dei picchi in corrispondenza di quegli elementi che si ripetono lungo il segnale: è evidente che se abbiamo una curva di luce che presenta solo fluttuazioni casuali la corrispondente funzione di autocorrelazione sarà *nulla*, mentre se ci sono delle oscillazioni che si ripetono regolarmente, avremo un unico picco che corrisponde al periodo delle oscillazioni.

Questo tipo di analisi è particolarmente utile per stelle con curve di luce irregolari come le RV Tauri [25]e, appunto, le variabili semiregolari, mentre non funziona bene con stelle che hanno differenti oscillazioni fra loro sovrapposte, perché si creano delle interferenze fra i diversi periodi.

Ottimi programmi che utilizzano questo tipo di approccio sono disponibili in rete [23], [24].

10.12 Uso delle effemeridi

L'effemeride non è altro che una formula matematica che permette di calcolare istanti particolari della variazione di luminosità [19]: nel caso delle binarie ad eclisse e delle RV Tauri, per esempio, l'istante del minimo, per le Cefeidi l'istante del massimo. Da qui in avanti prenderemo in considerazione effemeridi per il calcolo dei minimi, ricordando che, comunque, le stesse considerazioni valgono, ovviamente, per quelle che definiscono l'istante di un massimo. L'equazione che definisce l'effemeride può presentarsi in vari modi, di cui il più semplice è quello *lineare* :

$$Min = Epoca + Periodo \times E \quad (24)$$

Come si vede questa è l'equazione di una retta in cui la variabile indipendente è rappresentata da E , e di cui si considerano i punti per i quali E assume valori interi.

L'*Epoca* corrisponde all'istante di un minimo osservato, mentre il *Periodo* è il tempo impiegato dalla stella a passare da un minimo ad un altro dello stesso tipo (es. due minimi primari).

Possiamo avere anche effemeridi più complicate, espresse, per esempio da equazioni con termini di 2° grado (paraboliche):

$$Min = Epoca + Periodo \times E + CE^2 \quad (25)$$

Esistono poi effemeridi che aggiungono al termine lineare anche termini oscillanti (sinusoidali).

Ricordiamo che il valore dell' *Epoca* è sempre espresso in *giorni giuliani eliocentrici*.

Le effemeridi servono per calcolare gli istanti previsti di un minimo: ricordiamo comunque che l'effemeride può non essere sempre accurata (gli errori osservativi si ripercuotono nel calcolo) o aggiornata e che, inoltre, la stella può essere andata incontro ad una variazione del periodo. Per questo motivo l'istante calcolato non sarà necessariamente coincidente con l'istante vero del minimo. In linea generale è quindi bene programmare l'osservazione iniziando ad osservare la stella con un certo anticipo rispetto al minimo calcolato.

Anche se esistono software in grado di effettuare il calcolo, vediamo quale è il procedimento per determinare l'istante del minimo attraverso l'effemeride.

Supponiamo di avere una stella con la seguente effemeride (lineare):

$$Min = 2450698.9423 + 0.4627907 \times E$$

E di voler osservare la stella la sera tra il 29 e il 30 ottobre 2005 (corrispondenti a 2453673.0000 e 2453674.0000 in data giuliana).

Calcoliamo il tempo medio delle osservazioni, che sarà:

$$T_{medio} = \frac{2453673.0000 + 2453674.0000}{2} = 2453673.5000$$

calcoliamo poi:

$$\frac{T_{\text{medio}} - \text{Epoca}}{\text{Periodo}} = \frac{2453673.5000 - 2450698.9423}{0.4627907} = 6427.4362$$

La parte intera indica il numero di cicli trascorsi dall' epoca iniziale, mentre la parte decimale rappresenta la *fase* (cioè la frazione di ciclo) corrispondente al tempo medio dell' osservazione.

Possiamo quindi utilizzare la parte intera del valore ottenuto (nell' esempio 6427) e sostituirlo al valore di *E* nell' effemeride per calcolare l'istante di minimo. Per le stelle sospettate di essere binarie ad eclisse o per quelle i cui elementi (effemeridi) non sono note o sono solo approssimativi, si dovranno effettuare una serie di osservazioni ad intervalli casuali, in modo da evidenziare un numero di minimi sufficiente per determinare il periodo, mentre per quelle con elementi noti, la programmazione sarà più semplice, ma le osservazioni dovranno essere organizzate in modo tale da riuscire ad osservare una parte consistente sia della fase di discesa della curva di luce, sia di quella di risalita, concentrando le misure (o le stime, per gli osservatori visuali) soprattutto in vicinanza del minimo atteso. Solitamente una stima ogni 10-15 minuti, in prossimità della fase centrale dell' eclisse può essere sufficiente, ma dovrà comunque essere aggiustata anche in base alla durata dell' eclisse stessa. In questa situazione è elevato, per gli osservatori visuali, il rischio di errore da "anticipazione", cioè l'aggiustamento della stima in base a ciò che è atteso.

10.13 Il diagramma O-C

Come abbiamo detto, è possibile che il minimo osservato non coincida esattamente con l'istante di minimo calcolato sulla base dell' effemeride.

La differenza tra l'istante di minimo calcolato e quello osservato (O-C) esprime appunto lo scarto fra i due valori. Se il periodo della stella è rimasto costante nel tempo, e l'epoca di riferimento è corretta, riportando in un grafico i valori di O-C corrispondenti a diversi minimi successivi, in funzione del tempo o del numero di cicli, otterremo un diagramma simile a quello della figura 13 (i valori di O-C dovrebbero essere, in teoria, esattamente zero: piccole deviazioni sono dovute agli errori osservativi, agli arrotondamenti ecc.)

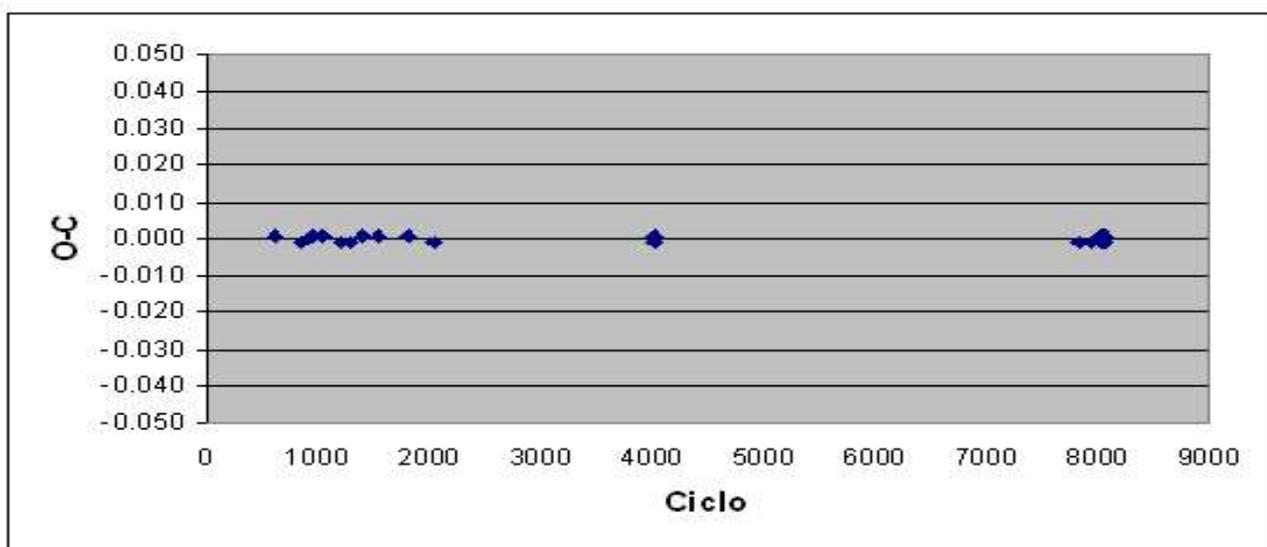


Figura 13. Se la stella non ha variato il suo periodo e l'epoca è corretta, i valori di O-C saranno vicini al valore zero.

Se i punti si dispongono lungo una retta orizzontale diversa dalla linea dello zero, significa che il periodo assunto come riferimento nell' effemeride è esatto, ma non lo è l'epoca iniziale (figura 14).

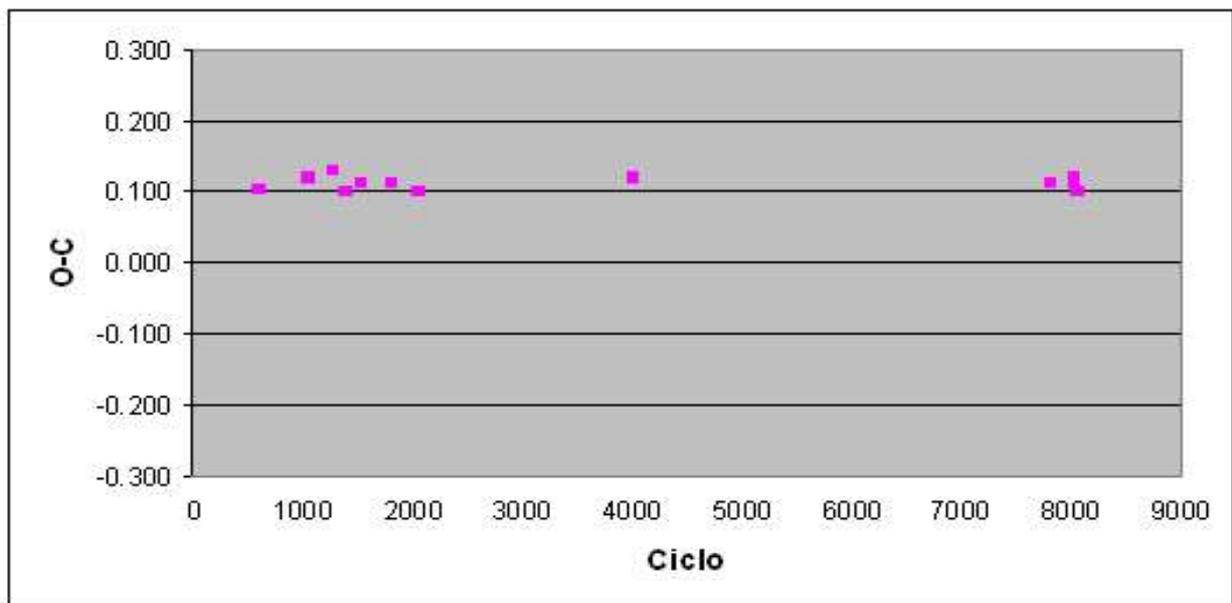


Figura 14. Il periodo è costante ma non è corretta l'epoca di riferimento

Se invece il periodo è variato la forma del diagramma potrà cambiare. Se la stella ha un periodo costante ma diverso da quello iniziale i punti si disporranno su una retta inclinata rispetto all'asse delle ascisse (figura 15), con inclinazione positiva o negativa, a seconda che il periodo vero sia più lungo o più corto di quello di riferimento.

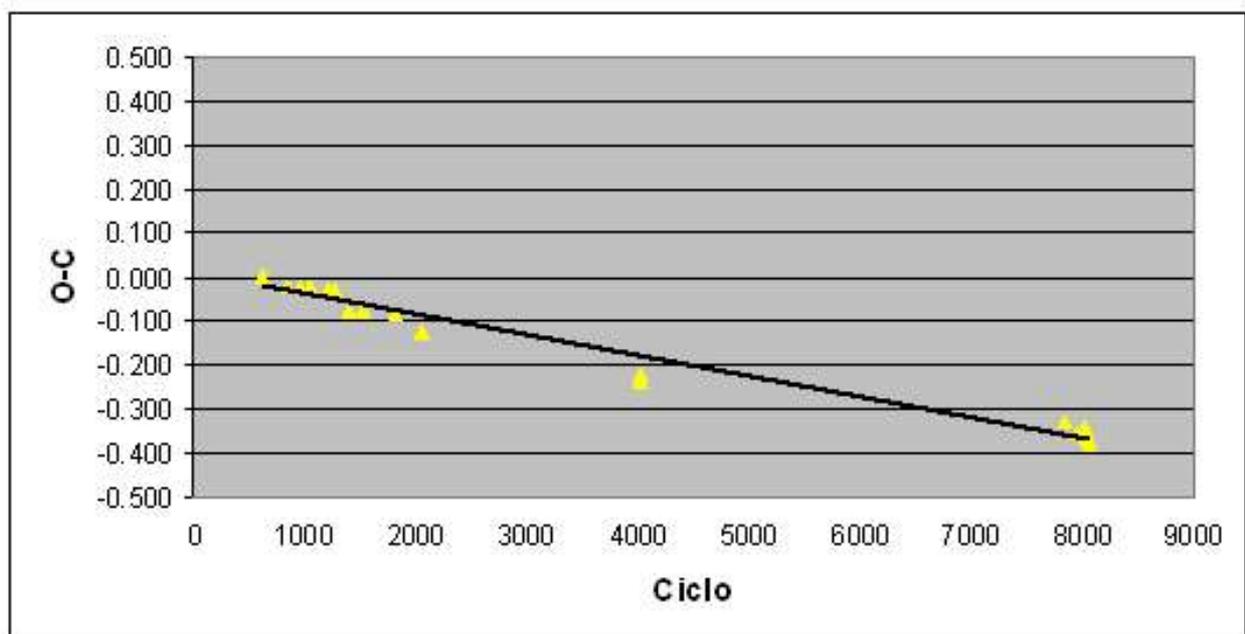


Figura 15. Il periodo della stella è costante ma è più corto di quello di riferimento (retta con inclinazione negativa)

Osserviamo che negli esempi esposti sopra l'origine della retta che unisce i punti coincide con lo zero. Se ciò non avviene significa che sia l'epoca che il periodo di riferimento non sono quelli corretti.

Se, invece, il periodo cambia costantemente i punti si disporranno su una curva (ad esempio una parabola) con curvatura verso l'alto o verso il basso. Esistono poi forme più complesse (ad esempio

sinusoidali). Il diagramma O-C contiene quindi anche le informazioni relative all' andamento nel periodo nel corso del tempo. Come vedremo più avanti sarà possibile calcolare i nuovi elementi della stella proprio a partire dal valore di O-C. Il tipo di deviazione ci indicherà in quale modo può essere espressa l'effemeride (lineare, parabolica ecc.)

10.14 Calcolo delle effemeridi

Illustreremo qui due procedure di calcolo, fondamentalmente simili, che permettono, conoscendo i valori di O-C, di determinare i parametri dell' effemeride e gli errori ad essi associati, attraverso il metodo dei minimi quadrati. Il metodo è descritto nei dettagli in due articoli apparsi sul JAAVSO [7][8]. Verrà qui utilizzata la stessa notazione impiegata negli articoli originali, ai quali si rimanda per i dettagli. Anche in questo caso le stesse considerazioni valgono sia che si tratti di effemeridi che identificano un istante di minimo, sia per quelle che definiscono l'istante di un massimo. Descriveremo il caso in cui l'effemeride sia lineare e quello dell' effemeride espressa attraverso una equazione di 2° grado (parabolica o quadratica).

Effemeride lineare

Il punto di partenza è rappresentato dall' effemeride di riferimento, nella forma usuale. Indicheremo con M l'epoca e con P il periodo, N il numero di minimi osservati e O l'istante di ciascun minimo (i tempi sono, ovviamente, in giorni giuliani). Il primo passo consiste nel costruire il diagramma O-C per valutarne l'andamento.

Calcoliamo il numero di cicli interi trascorsi fra ciascun minimo e l'epoca di riferimento:

$$E = INT\left(\frac{O - M}{P}\right) \quad (26)$$

Del valore ottenuto prenderemo *solo la parte intera* , o, meglio, l'intero più vicino (indicato nella formula dalla notazione INT).

Procediamo poi calcolando i tempi per ciascun minimo, a partire dalla effemeride di riferimento :

$$C = M + PE \quad (27)$$

ed il valore di O-C :

$$Y = O - C \quad (28)$$

Riportando in grafico i valori di O-C in funzione di E possiamo vedere innanzi tutto se i punti si trovano, approssimativamente, su una linea retta (solo in questo caso possiamo applicare il metodo che segue). Possiamo anche riportare (perché servirà più avanti) il valore di O-C in funzione di un parametro, che possiamo indicare con X , dato dalla differenza fra ciascun valore di E e la media di N valori di E , che indicheremo con D :

$$X = E - D \quad (29)$$

Se l'epoca e il periodo di riferimento sono esatti, allora i valori di Y sono uguali a zero e tutti i punti giacciono sull' asse delle ascisse. Se i punti del diagramma appaiono allineati , possiamo assumere che i valori di Y (cioè O-C) sono correlati ai corrispondenti valori di X attraverso una relazione lineare del tipo:

$$Y = AX + B \quad (30)$$

Le incognite, che dovremo calcolare, e che rappresentano i nuovi elementi dell' effemeride, sono , appunto le due variabili A e B . Si può dimostrare che i valori “migliori” di A e B sono quelli che soddisfano le due equazioni:

$$WA + ZB = V \quad (31)$$

$$ZA + NB = U \quad (32)$$

dove:

$$U = \sum_{i=1}^N Y_i \quad (33)$$

$$V = \sum_{i=1}^N X_i Y_i \quad (34)$$

$$W = \sum_{i=1}^N X_i^2 \quad (35)$$

$$Z = \sum_{i=1}^N X_i \quad (36)$$

A questo punto è facile calcolare i valori di A e B dalle equazioni (31) e (32).

Procediamo ora a calcolare gli errori medi associati ai due parametri A e B . per prima cosa dobbiamo verificare quanto la retta trovata passa vicini a ciascun punto. Sappiamo che i punti che stanno sulla retta interpolante soddisfano l'equazione:

$$L = AX + B \quad (37)$$

La differenza:

$$R = Y - L \quad (38)$$

rappresenta (per ciascun valore di X) il *residuo* (che indica quindi quanto ciascun punto osservato è distante dalla retta interpolante). Calcoliamo ora la somma dei quadrati degli N valori di R :

$$Q = \sum_{i=1}^N R^2 \quad (39)$$

che per definizione deve essere la minima possibile.

Procedendo, abbiamo:

$$F = \frac{Q}{N - 2} \quad (40)$$

$$G = \frac{F}{W} \quad (41)$$

$$H = \frac{F}{N} \quad (42)$$

Gli errori medi, rispettivamente, per Y , A e B si ottengono calcolando la radice quadrata di F, G ed H .

A questo punto abbiamo determinato l'equazione della retta (37) e la sua precisione, data dagli errori. Determiniamo ora gli elementi della nuova effemeride:

$$P_{nuovo} = P + A \quad (43)$$

con il suo errore medio che sarà uguale all'errore medio di A (ottenuto calcolando la radice quadrata di G).

La nuova epoca sarà data da:

$$M_{nuovo} = M + B - AD \quad (44)$$

Ed il suo errore medio sarà calcolato come segue:

$$S = G + HD^2 \quad (45)$$

Estraendo la radice quadrata di S otteniamo l'errore medio della nuova epoca.

Effemeride parabolica (quadratica)

Possiamo, anche in questo caso, partire dall'analisi del diagramma $O-C$. In questo caso i punti non saranno allineati su una retta ma su una curva ad andamento parabolico. Lo scopo è quello di trovare, in analogia al caso precedente, la miglior curva (parabola) interpolante e calcolare la nuova effemeride con gli errori associati.

L'effemeride sarà quindi del tipo:

$$min = c_0 + c_1E + C_2e^2 \quad (46)$$

Anche in questo caso il punto di partenza è la conoscenza dei parametri M (epoca del minimo, presa dall'effemeride di riferimento), O (istanti di minimo osservati), N (numero dei minimi osservati) e P (periodo preso dall'effemeride di riferimento).

Calcoliamo per prima cosa la media di N valori di O

$$\bar{O} = \frac{\sum_{i=1}^N O_i}{N} \quad (47)$$

$$t = \bar{O} - M \quad (48)$$

$$i = INT\left(\frac{t}{P}\right) \quad (49)$$

dove la notazione INT indica l'intero più vicino al valore del rapporto t/P .

Proseguendo:

$$m = M + Pi \quad (50)$$

(N.B la notazione Pi indica il prodotto di P per i).

Calcoliamo ora il numero di cicli interi trascorsi fra m e ciascuno dei valori di O :

$$E = INT\left(\frac{O-m}{P}\right) \quad (51)$$

e quindi i tempi del minimo teoricamente previsti (C):

$$C = m + PE \quad (52)$$

e la differenza $O-C$:

$$Y = O - C \quad (53)$$

Ricostruendo il diagramma $O-C$ possiamo osservare che se il periodo della stella è rimasto costante, tutti i valori di Y saranno paria zero e i punti si troveranno sull' asse E . Se il periodo è rimasto costante ma diverso da quello iniziale P si troveranno invece su una retta inclinata rispetto all' asse delle ascisse (v. paragrafo precedente sulla effemeride lineare). Può capitare che i punti invece si distribuiscano lungo un a curva diversa: in questo caso la continua variazione della pendenza indica una variazione progressiva del periodo e dovremo cercare la miglio parabola che descriva l'andamento dei punti e, quindi, del periodo.

Come è stato fatto in precedenza per l'effemeride lineare, calcoliamo le quantità D (cioè la media di N valori di E) e il valore di X :

$$X = E - D \quad (54)$$

Siccome i valori di X a volte sono piuttosto alti, per ottenere dei valori in una scala più comoda, può essere utile (ma non è indispensabile) scalarli per ottenere valori più vicini ad 1, dividendo ciascun valore di X per 10, 100 oppure 1000 (che nel seguito indicheremo con f), a seconda delle necessità. Indicheremo da qui in poi questi nuovi valori con la lettera x (minuscola).

I punti del grafico di $y=f(x)$, abbiamo detto, giacciono su una parabola della forma:

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (55)$$

di cui cercheremo di determinare i parametri (a_0, a_1, a_2) con il metodo dei minimi quadrati.

Dalla teoria sappiamo che per ottenere questo devono essere soddisfatte le cosiddette "equazioni normali" (la parte teorica può essere approfondita su qualunque testo di statistica in cui si parla di regressione polinomiale):

$$k_0 a_0 + k_1 a_1 + k_2 a_2 = u_0 \quad (56)$$

$$k_1 a_0 + k_2 a_1 + k_3 a_2 = u_1 \quad (57)$$

$$k_2 a_0 + k_3 a_1 + k_4 a_2 = u_2 \quad (58)$$

Dove:

$$u_0 = \sum_{i=1}^N Y_i \quad (59)$$

$$u_1 = \sum_{i=1}^N x_i Y_i \quad (60)$$

$$u_2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 Y_i \quad (61)$$

$$k_0 = N \quad (62)$$

$$k_1 = \sum_{i=1}^N x_i \quad (63)$$

$$k_2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 \quad (64)$$

$$k_3 = \sum_{i=1}^N x_i^3 \quad (65)$$

$$k_4 = \sum_{i=1}^N x_i^4 \quad (66)$$

In pratica comunque i valori di k_l sono di solito zero (se non lo sono è a causa di piccoli errori dovuti ad arrotondamenti). Nella pratica le equazioni normali si semplificano eliminando i coefficienti con k_l .

A questo punto, per calcolare le incognite delle tre equazioni (cioè a_0, a_1, a_2) procediamo così:

$$d = k_4 - k_2 \frac{k_2}{N} - k_3 \frac{k_3}{k_2} \quad (67)$$

$$n = u_2 - k_2 \frac{u_0}{N} - k_3 \frac{u_1}{k_2} \quad (68)$$

E, infine:

$$a_2 = \frac{n}{d} \quad (69)$$

$$a_1 = \frac{u_1 - a_2 k_3}{k_2} \quad (70)$$

$$a_0 = \frac{u_0 - a_2 k_2}{N} \quad (71)$$

A questo punto siamo in grado di calcolare i valori di Y con l'equazione (55) e i valori di y , con la stessa equazione, per i corrispondenti valori di x , fra loro equidistanti. Possiamo ora calcolare i residui :

$$R = Y - y \quad (72)$$

Procediamo poi calcolando:

$$Q = \sum_{i=1}^N R_i^2 \quad (73)$$

$$F = \frac{Q}{N - 3} \quad (74)$$

L'errore medio di O-C è dato dalla radice quadrata di F . Un valore elevato ci indica che o i dati sono poco accurati o la parabola non è la scelta migliore per descrivere il diagramma O-C e che quindi dobbiamo cercare un altro modello.

Oltre a questo dobbiamo calcolare gli errori associati ai coefficienti della parabola e, infine , determinare la nuova effemeride.

Per trovare gli errori associati ai coefficienti a_0, a_1, a_2 , per prima cosa poniamo:

$$u_0 = 1$$

$$u_1 = u_2 = 0$$

Ripetiamo i passaggi da (67) a (71) con questi valori, determinando un nuovo valore per a_0 e, con questo (tralasciando a_1 e a_2) :

$$g_0 = Fa_0 \quad (75)$$

Poniamo poi :

$$u_0 = u_2 = 0$$

$$u_1 = 1$$

e ripetiamo, con questi valori, i passaggi da (67) a (71), ricalcolando prima un nuovo valore di a_2 per determinare poi un nuovo valore di a_1 e, con questo:

$$g_1 = Fa_1 \quad (76)$$

Infine poniamo:

$$u_0 = u_1 = 0$$

$$u_2 = 1$$

e utilizziamo le equazioni (67), (68) e (71) per calcolare un nuovo valore per a_2 , da cui poi otteniamo :

$$g_2 = Fa_2 \quad (77)$$

Gli errori medi per a_0 , a_1 , a_2 saranno, rispettivamente:

$$m_0 = \sqrt{g_0} \quad (78)$$

$$m_1 = \sqrt{g_1} \quad (79)$$

$$m_2 = \sqrt{g_2} \quad (80)$$

Arrivati a questo punto possiamo calcolare la nuova effemeride in questo modo:

$$min_{nuovo} = c_0 + c_1E + c_2E^2 \quad (81)$$

Con c_1 che rappresenta il nuovo periodo e c_0 la nuova epoca:

$$c_2 = \frac{a_2}{f^2} \quad (82)$$

$$c_1 = P + \frac{a_1}{f} - 2c_2D \quad (83)$$

$$c_0 = m + a_0 - a_1 \frac{D}{f} + c_2D^2 \quad (84)$$

dove f è il numero per il quale abbiamo diviso il valore di X per ottenere x (vedi equazione (54) e seguito nel testo).

Gli errori medi associati a c_0 , c_1 e c_2 sono, rispettivamente:

$$e_0 = m_0 \quad (85)$$

$$e_1 = \frac{m_1}{f} \quad (86)$$

$$e_2 = \frac{m_2}{f^2} \quad (87)$$

Per concludere possiamo calcolare anche quale è la velocità con cui cambia il periodo (indicata con r , espressa in giorni/anno) e il corrispondente errore medio associato con:

$$r = \frac{2c_2 365.25}{P} \quad (88)$$

$$m.e_r = \frac{2e_2 365.25}{P} \quad (89)$$

10.15 Costruzione di modelli per le binarie ad eclisse

Abbiamo visto che i dati ricavati con le osservazioni permettono di verificare o aggiornare i parametri delle effemeridi delle binarie ad eclisse (lo stesso procedimento è comunque possibile on altri tipi di stelle: cefeidi, RR Lyrae ecc.) e avere informazioni su eventuali cambiamenti del periodo nel tempo, attraverso l'analisi del diagramma O-C.

Per le binarie ad eclisse lo studio delle curve di luce ci fornisce alcune informazioni relative alle caratteristiche del sistema studiato e, in particolare:

1. *La durata dell' eclisse* fornisce informazioni sul rapporto fra i raggi delle due stelle
2. *Il rapporto fra le profondità dei minimi* dà indicazioni sul rapporto fra le luminosità superficiali delle due stelle (se le orbite sono circolari)
3. *La profondità delle eclissi anulari* dà ancora indicazioni sul rapporto fra i raggi stellari
4. *LO spostamento del minimo secondario dal valore di fase 0.5 e la differenza fra la durata delle eclissi* fornisce informazioni sulla eccentricità dell' orbita e sulla longitudine del periastro
5. *la forma della curva di luce durante l'eclisse* dà informazioni, come abbiamo già detto, sulla geometria del sistema e sui fenomeni di oscuramento al lembo
6. *Variazioni di luminosità al di fuori delle fasi di eclisse* danno invece informazioni sulla forma delle stelle e su eventuali effetti di riflessione

Esistono programmi per computer in grado di fornire un aiuto nella costruzione di un modello a partire dalla curva di luce osservata. Senza pretendere di eseguire una analisi fine, potremo utilizzare alcuni di questi programmi per costruire curve di luce "sintetiche" da confrontare con quelle prodotte dalle nostre osservazioni, adattandole a quella reale variando i parametri fisici del sistema.

E' possibile reperire in Internet diversi programmi , come per esempio:

NightFall (solo per Linux): <http://www.lsw.uni-heidelberg.de/users/rwichman/Nightfall.html>

Eclipsing Binary Stars: <http://members.cox.net/astro7/binstar.html>

WD Light-Curve : <http://www.isc.tamu.edu/~astro/software/WDLC2.ZIP>

E' utile introdurre alcuni concetti geometrici, in particolare relativi alle orbite, che possono essere di aiuto per l'analisi.

Supponiamo, per cominciare, di avere un sistema binario con orbita circolare, prendendo come riferimento una delle due, utilizzandola come origine di un sistema di assi cartesiani:

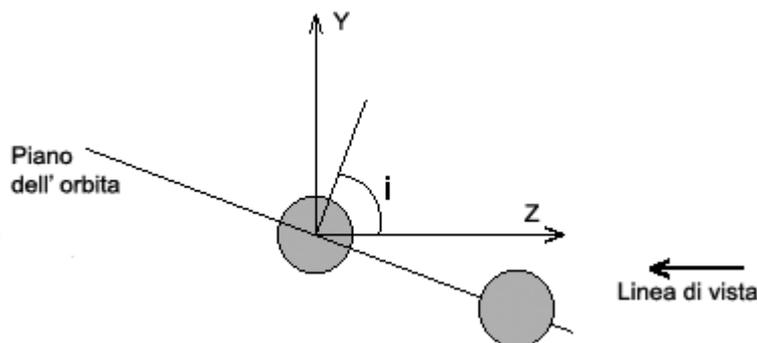


Figura 16. Sistema binario con origine degli assi nella stella primaria

L'inclinazione (i) è definita rispetto alla perpendicolare del piano orbitale. Se è 90° vedremo il sistema di profilo (le eclissi saranno quindi tutte centrali).

La *fase* (φ) si definisce come la frazione di ciclo a partire dall'istante del minimo primario. Il minimo primario sarà quindi con $\varphi=0$ e quello secondario con $\varphi=0.5$. Se poniamo il raggio dell'orbita come unitario, le coordinate del centro della stella secondaria saranno:

$$x = \text{sen}\varphi \quad (90)$$

$$y = \text{cos}\varphi \text{cos}i \quad (91)$$

la distanza fra i centri, *proiettata lungo la linea di vista* sarà quindi:

$$\delta^2 = x^2 + y^2 = \text{sen}^2\varphi + \text{cos}^2\varphi \text{cos}^2 i = \text{cos}^2 i + \text{sen}^2\varphi \text{sen}^2 i \quad (92)$$

Se indichiamo con r_p e r_s i raggi, rispettivamente, della primaria e della secondaria, avremo l'eclisse solo se:

$$\delta < r_p + r_s \quad (93)$$

Nel caso di orbite ellittiche si producono alcuni effetti particolari. In primo luogo il minimo secondario non avverrà in corrispondenza della fase $\varphi = 0.5$, come nel caso dell'orbita circolare. Inoltre la durata del minimo primario e di quello secondario saranno differenti e i minimi saranno asimmetrici a causa della variazione di velocità lungo l'orbita.

Per orbite ellittiche possiamo introdurre alcuni parametri, facendo riferimento alla figura 17.

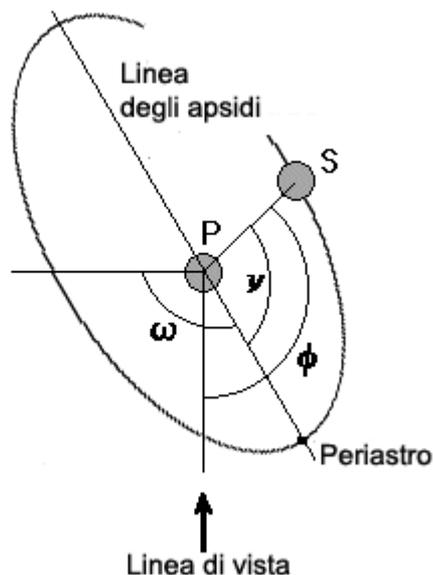


Figura 17. Elementi dell'orbita di un sistema binario.

ω è la longitudine del periastro.

v è l'anomalia vera.

Φ è l'angolo fra la linea di vista e il raggio vettore che unisce la primaria alla secondaria.

La *linea degli apsi* è quella che unisce il periastro con l'apoaastro.

$$\omega = \Phi - v + 90^\circ \quad (94)$$

Se prendiamo come unità il semiasse maggiore dell'orbita (che indicheremo con a) abbiamo:

$$\delta = \frac{r}{a} \sqrt{\text{sen}^2 i \text{sen}^2 \Phi + \cos^2 i} = \frac{1-e^2}{1+e \cos v} \sqrt{\text{sen}^2 i \cos(v + \omega) + \cos^2 i} \quad (95)$$

Ovviamente avremo l'eclisse solo quando:

$$\delta < r_p + r_s \quad (96)$$

11 TIPI DI STELLE VARIABILI

Presentiamo in queste pagine la classificazione delle stelle variabili per tipo come sono indicate nella quarta edizione del *General Catalog of Variable Star* (GCVS), di Samus et al (1998). Sebbene la descrizione dei tipi di stelle variabili sia in perfetto accordo con il suddetto catalogo, la classificazione risulterà comunque incompleta a causa delle continue modifiche che vengono apportate al catalogo stesso previa scoperta di nuovi sottotipi di variabili.

Sono state introdotte anche nuovi tipi di variabili che non sono menzionate nel catalogo così come denominazioni di uso comune che non sono citati ma che meritano un certo interesse.

Queste pagine sono state create come guida per il neofita che voglia avvicinarsi alla scoperta delle stelle variabili. Lungi dal voler essere completa essa mira a dare delle indicazioni di massima sui tipi di stelle variabili e sulla loro classificazione, base di partenza per futuri studi specifici.

Le stelle variabili sono state catalogate in sei gruppi distinti:

| |
|---|
| * VARIABILI ERUTTIVE (<i>anteriormente chiamate irregolari</i>) |
| * VARIABILI PULSANTI |
| * VARIABILI DI ROTAZIONE (o rotative) |
| * VARIABILI CATACLISMATICHE (<i>anteriormente chiamate eruttive</i>) |
| * VARIABILI AD ECLISSE |
| * SORGENTI DI RAGGI X VARIABILI |
| * ALTRE |

Queste sono le sei classi a cui si fa solito riferimento. All'interno di ogni categoria sono state ordinate le variabili in ordine alfabetico e, per quanto possibile, si è cercato di evidenziare una curva di luce per ogni tipologia.

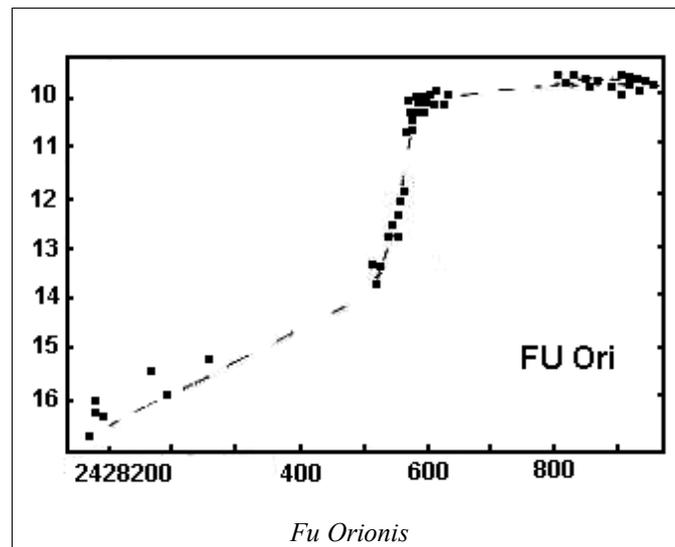
11.1 VARIABILI ERUTTIVE

Le variabili di tipo eruttivo sono stelle che variano la propria luminosità in seguito a violenti processi o “flares” che avvengono nella loro cromosfera e nella corona. Le variazioni luminose sono di solito accompagnate da eiezione di materia sottoforma di vento stellare di intensità variabile per interazione con la materia stellare circostante. Questa classe di variabili comprende i seguenti tipi:

| | |
|-------------------|--------------------------|
| FU ORIONIS | GAMMA CAS/Be |
| I | IN |
| IS | R CORONA BOREALIS |
| RS | S DORADUS |
| UV CET | WOLF-RAYET |

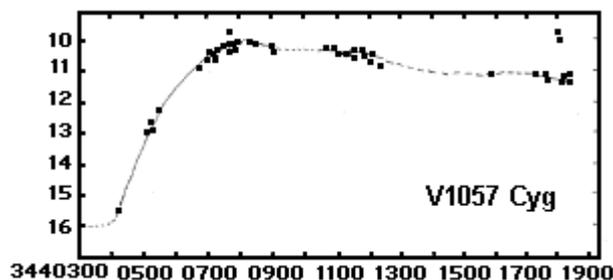
TIPO FU ORIONIS

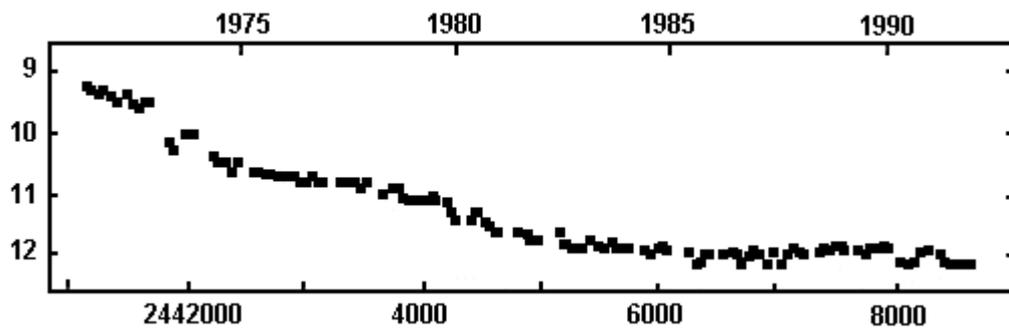
Si caratterizzano per un aumento graduale della propria luminosità di quasi 6 magnitudini in vari mesi. Dopo aver raggiunto il massimo queste variabili si stabilizzano attorno alla magnitudine massima per decenni o al massimo mostrano una lenta diminuzione della propria luminosità di 1 o 2 magnitudini. Lo spettro di queste stelle si colloca tra la classe A e G anche se spesso è stato notato che dopo la fase di massimo la stella inizia a cambiare il proprio spettro. Senza dubbio queste stelle rappresentano una tappa evolutiva molto importante delle stelle T Tauri.



Il prototipo di queste stelle è FU Orionis che fu scoperta nel 1939 da A. Wachmann il quale inizialmente la classificò come una nova lenta. In effetti Fu Orionis passò in due mesi dalla magnitudine 16.5 alla magnitudine 9.7 per poi mantenersi costante per circa 600 giorni. In 50 giorni poi passò alla magnitudine 10.3 ove si stabilizzò. Per anni fu considerata una variabile unica nel suo genere fino al 1971 quando un certo G. Welin scoprì V1057 Cyg. In seguito furono scoperte PV Cep, PU Vul, V1515 Cyg ecc..

V1057 Cyg fu classificata come una variabile di tipo T Tauri che variava la propria luminosità tra le magnitudini 15 e 16. Nel 1969 però in 430 giorni si portò alla magnitudine 10 per poi declinare leggermente fino alla magnitudine 11. Si mantenne stabile fino al 1980 quando iniziò a declinare verso la magnitudine 12 per poi rimanere tuttora costante.





Tutte le variabile a tuttoggi conosciute del tipo FU Ori sono associate a nebulose a riflessione diffuse.



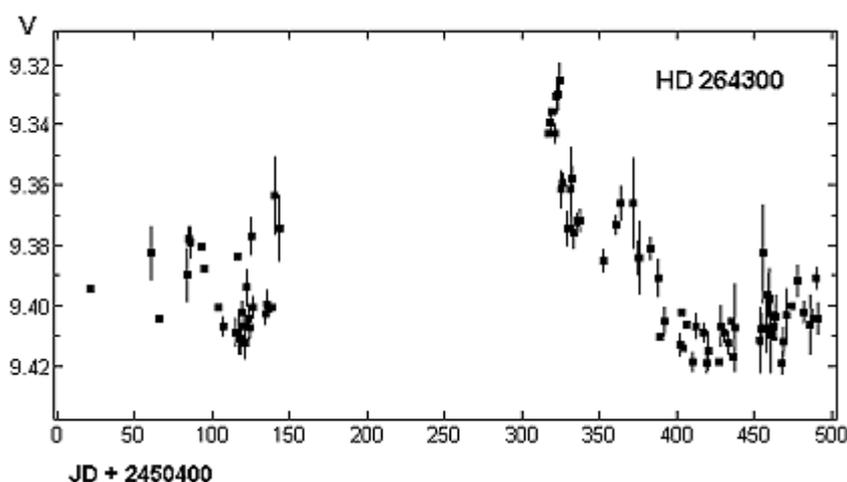
A sinistra V1057 Cyg, a destra FU Ori

TIPO IRREGOLARI (I)

Si tratta di stelle poco conosciute e aventi curva di luce e spettro sconosciuti. Queste variabili rappresentano un gruppo poco omogeneo di oggetti.

Vengono raggruppate in due sottotipi:

- 1) Variabili irregolari poco conosciute con classe spettrale poco avanzata (O-A)
- 2) Variabili irregolari poco conosciute con classe spettrale intermedia (F-G) o avanzata (K-M)



HD 264300 variabile del tipo irregolare scoperta dal GEA

TIPO IS

Sono variabili irregolari rapide, senza connessione apparente con nebulose diffuse, e mostrano una variazione di luminosità di 0.5 – 1 magnitudine nel giro di poche ore o giorni. Non esiste un limite restrittivo tra le variabili del tipo IN o irregolari del tipo IS sicchè se una variabile di quest'ultimo tipo viene individuata all'interno di una nebulosa diffusa viene classificata come tipo INS. Per attribuire a una variabile una classificazione del tipo IS si deve prestare molta attenzione al fine di non evidenziare nessuna periodicità.

In accordo con il tipo spettrale, le variabili IS, vengono classificate in due sottotipi:

ISA

variabile irregolare rapida di tipo spettrale poco avanzato B-A o Ae.

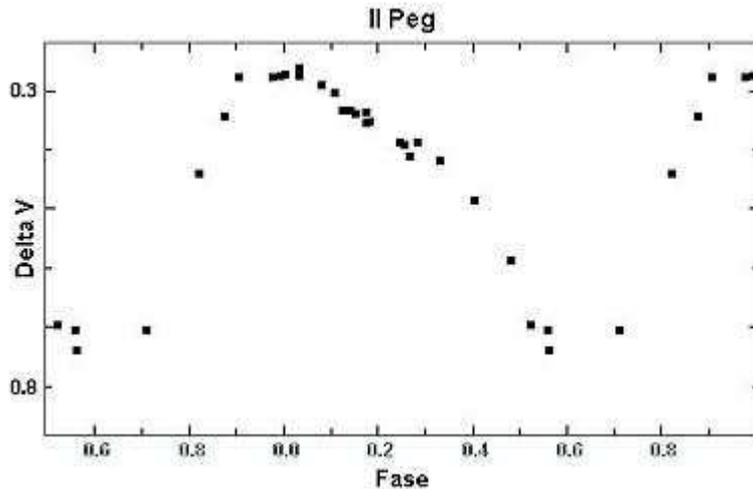
ISB

variabile irregolare rapida di tipo spettrale intermedio o avanzato F-M o Fe-Me

Un gran numero di stelle variabili classificate in questo tipo nel terzo catalogo del GCVS sono risultate poi essere delle stelle variabili del tipo ad eclisse, RR Lyr o extragalattico tipo BL Lac. La stessa cosa è capitata per molte sospette variabili, NSV, studiate dal GEA che erano classificate essere del tipo IS ma che poi hanno rivelato, in seguito a studi specifici, la loro reale natura che è risultata essere, per la maggior parte, del tipo ad eclisse. Come dire che spesso le variabili del tipo IS sono in realtà stelle poco studiate.

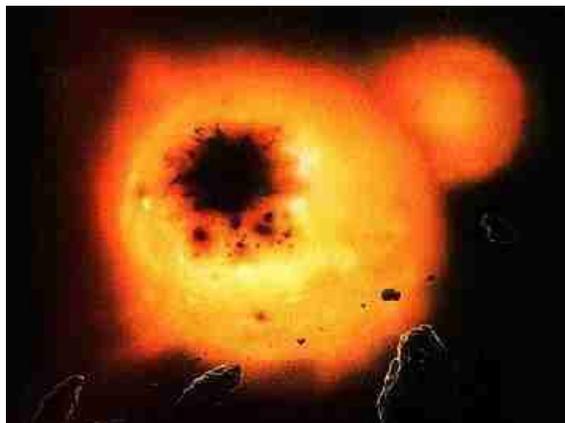
TIPO RS (del tipo Canum Venaticorum)

Le variabili del tipo RS sono rappresentate da un sistema binario di stelle molto vicine aventi nel loro spettro delle linee di emissione di H γ e CaII e interessate da una vivace attività cromosferica, causa delle variazioni luminose periodiche. Il periodo di variazione luminosa è prossimo al periodo orbitale e l'ampiezza della variazione non supera di solito le 0.2 magnitudini in V (UX Ari). Fonte di raggi X sono simultaneamente anche stelle del tipo rotativo, RS CVn è anche un sistema binario ad eclisse.



Le variabili del tipo RS Canum Venaticorum sono binarie separate di classe spettrale F,G e K giovani, che ancora non sono entrate nella sequenza principale. Sebbene alcune possano essere anche del tipo ad eclisse, come il prototipo RS CVn, la particolarità che presentano è che la variazione di luce è causata da macchie simili a quelle visibili sulla fotosfera del nostro Sole, però di dimensioni non comuni e che occupano una percentuale significativa della superficie stellare. Queste macchie, o regioni a temperatura più bassa, sembrano viaggiare con un periodo simile, ma non uguale, al periodo di variazione del sistema binario. Sembrano oltretutto seguire un ciclo di migrazione molto simile al ciclo undecennale della nostra stella. Sebbene la teoria delle macchie possa essere tra le più valide, la nostra conoscenza di queste stelle non ci permette di escludere altre cause che provocano la variazione luminosa.

Le variabili del tipo RS CVn mostrano un'intensa attività cromosferica al punto che sono chiamate anche variabili cromosferiche. Oltre alla cromosfera queste variabili mostrano anche una discreta attività coronale, emissione di raggi X e radio. Ultimamente si è scoperto anche la presenza di polvere attorno a queste stelle.



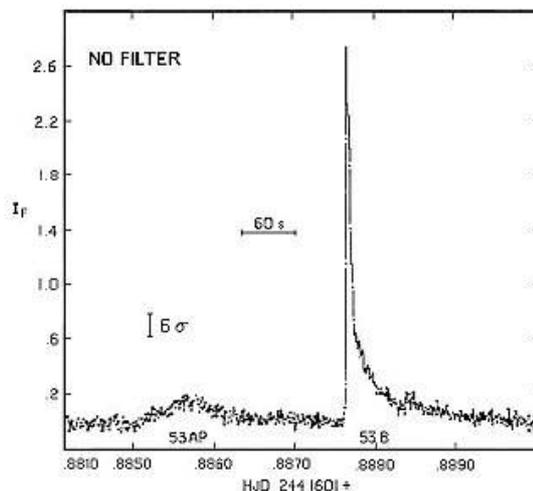
Rappresentazione artistica di RS CVn

TIPO UV CET

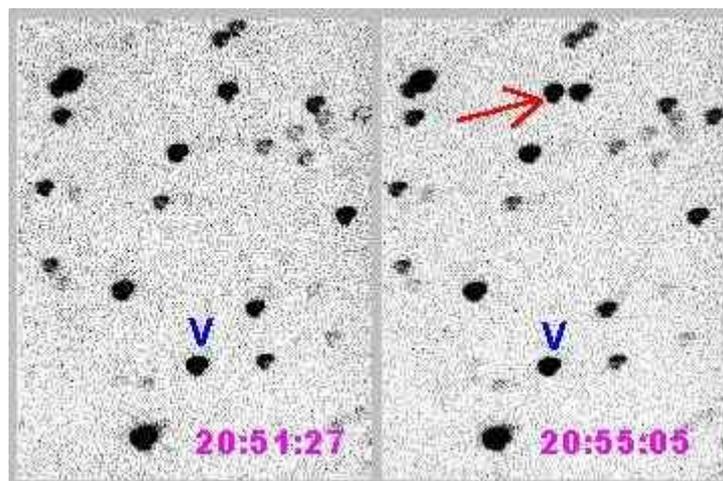
Le variabili del tipo UV Cet sono stelle di classe spettrale Kve – Mve che mostrano di sovente *flares* di ampiezza variabile tra qualche decimo di magnitudine fino a 6 magnitudini. La variazione luminosa si è mostrata molto più marcata nel campo ultravioletto. Il massimo viene raggiunto in pochi secondi mentre il ritorno alla magnitudine originaria avviene da pochi minuti ad alcune decine di minuti.

UVN

Sono variabili del tipo IN di tipo spettrale Ke – Me. Il fenomeno, nella maggior parte dei casi, è simile alle variabili del tipo UV Cet osservate nelle vicinanze del Sole. Oltre alla loro relazione con le nebulose diffuse si distinguono per aver una classe spettrale poco avanzata, una maggiore luminosità e uno sviluppo più lento alla comparsa dei *flares* (V389 Ori). Queste stelle sono forse un sottotipo di variabili del tipo IS.



Tipico flares di UV Cet. 53A è un precursore del flares vero e proprio 53B. Le esposizioni sono di un secondo (T.J. Moffett)

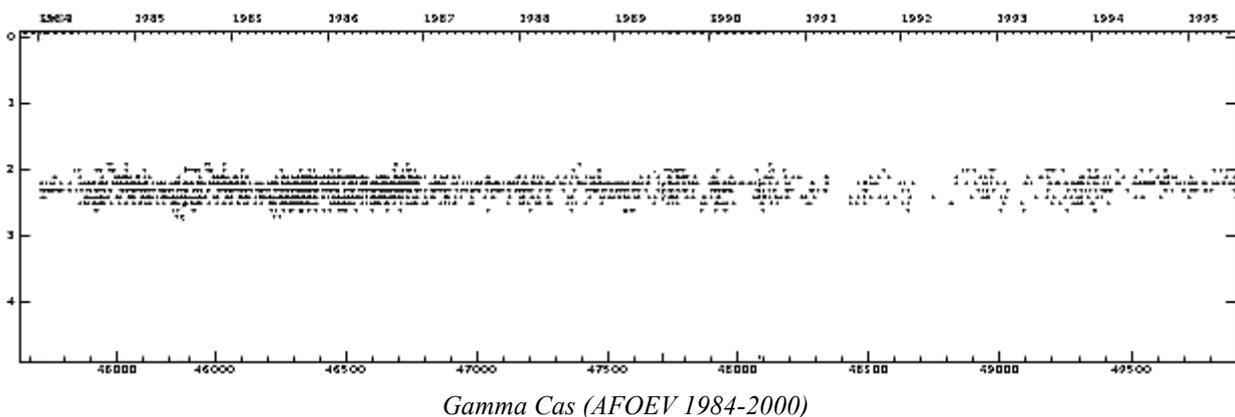
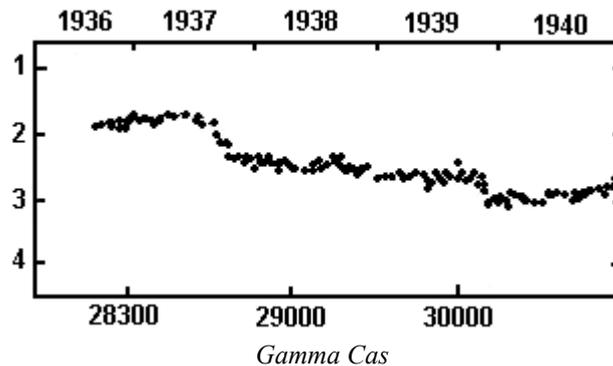


Due immagini riprese al CCD eseguite a distanza di pochi minuti. Mentre si stava seguendo una variabile sconosciuta indicata dalla lettera V si è assistito alla comparsa di una stella nuova nel campo CCD. Questo flares ha portato la stella a risplendere di magnitudine 13 al massimo, mentre la stella progenitrice è risultata essere una anonima stella di ventiduesima magnitudine. Sebbene tale

fenomeno non possa essere imputato ad un flare del tipo UV Cet ma a qualcosa di più violento, serve a noi per capire come dovrebbe comportarsi una stella del tipo UV Cet.

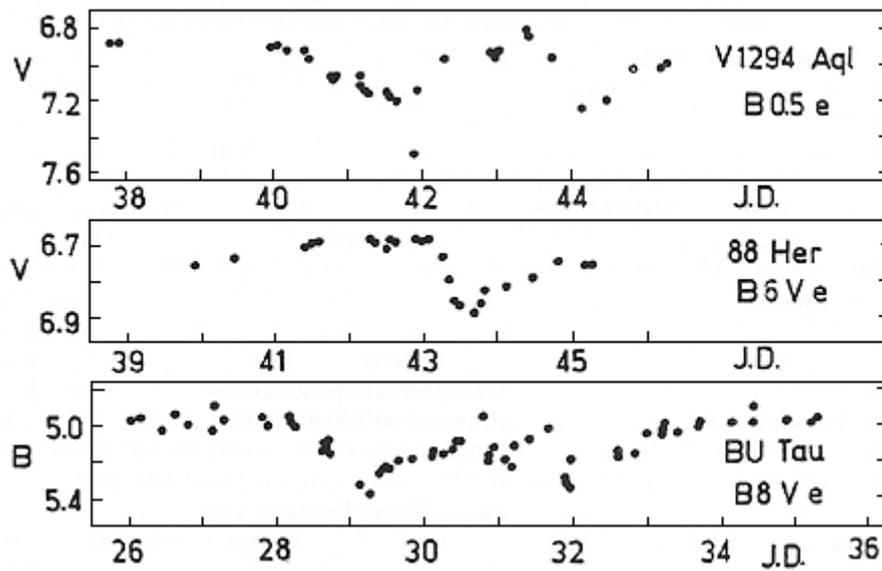
TIPO GAMMA CAS/Be

Sono variabili del tipo irregolare il cui prototipo è Gamma Cassiopea. Si tratta di stelle in rapida rotazione del tipo Be III – V, con salita di materiale a partire dalla zona equatoriale. La formazione dell'anello o disco equatoriale è accompagnata da un calo di luminosità la cui ampiezza può arrivare a 1.5 magnitudini.



BE

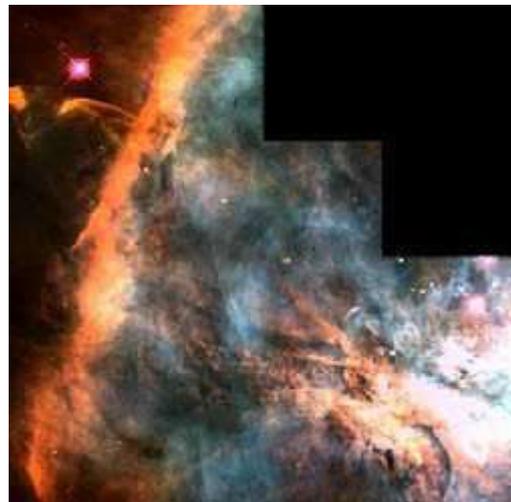
Nome alternativo alle Gamma Cassiopeae sono anche denominate Lambda Eri. Oggigiorno la denominazione Be è ampiamente utilizzata per stelle di tipo spettrale copreso tra O6 e B9 che hanno mostrato almeno una volta una riga di emissione di Balmer associata a una rapida rotazione che ne indica la presenza di un anello, involucro o disco di gas caldo attorno alla stella. Occupano approssimativamente la stessa posizione nel diagramma HR delle stelle del tipo Beta Cep e 53 Per. Di fatto alcune Beta Cep si comportano come stelle del tipo Be presentando variabilità a corto o medio periodo e aventi un'ampiezza di variazione compresa tra 0.01 e 0.03 magnitudini in V, con periodi di 0.3- 4 giorni .



Curva di luce di alcune stelle del tipo Be brillanti (Percy 1986)

Sebbene la maggior parte delle stelle del tipo Be siano variabili non tutte possono essere considerate stelle del tipo Gamma Cas. Un certo numero di stelle presentano variazioni di luminosità a corto termine non relazionate con fenomeni di sviluppo di involucri, dischi o anelli di gas. Mentre si sta lavorando per dare una descrizione più restrittiva alle stelle del tipo Be, nel GCVS IV° edizione, si raccomanda che, quando non possano essere descritte come stelle variabili come del tipo GCAS, si utilizzi la denominazione Be.

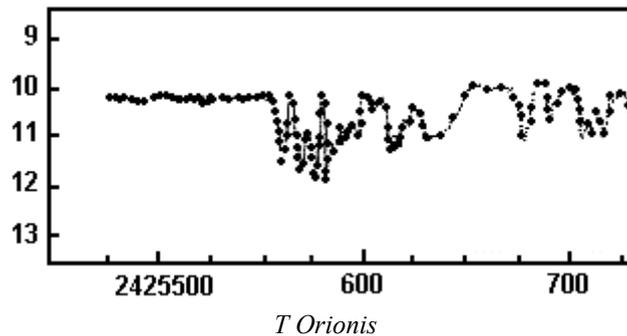
TIPO IN



Variabili di Orione. Sono variabili eruttive irregolari relazionate con nebulose oscure o diffuse o comunque collegate a queste regioni. Alcune di queste stelle possono mostrare variazioni cicliche dovute a una rotazione assiale. Nel grafico HR si collocano nella zona della Sequenza Principale e delle supergiganti. Si tratta probabilmente di oggetti giovani che nel corso della loro evoluzione si trasformeranno in stelle stabili della sequenza principale. Queste variazioni luminose possono raggiungere l'ampiezza di qualche magnitudine. In caso di rapidi cambiamenti (fino a una magnitudine in un intervallo di tempo da 1 a 10 giorni) si aggiunge la lettera S al simbolo del tipo (ISN). Questa classe di stelle variabili può essere classificata nei seguenti sottotipi:

INA

Variable di Orione di tipo spettrale poco avanzato, B-A o Ae. Caratterizzate per cadute di luce brutali del tipo Algol.

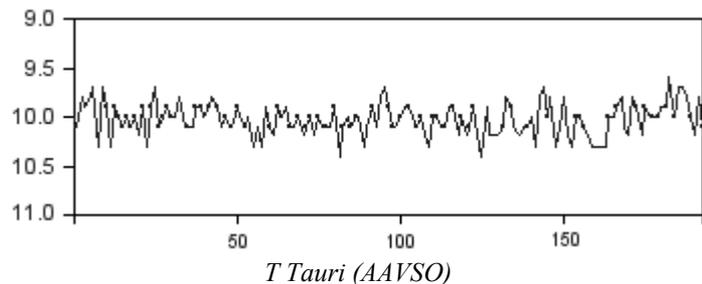
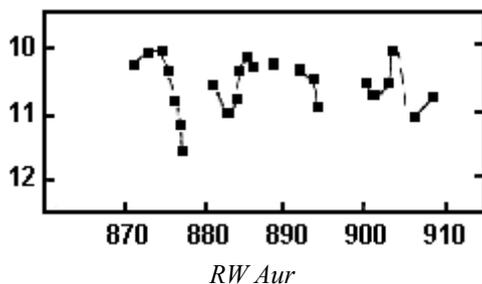


INB

Variabile di Orione di tipo spettrale intermedio e tardo F-M o Fe-Me (BH Cep, AH Ori). Le variabili del tipo F possono avere un indebolimento luminoso del tipo Algol come le INA. Le stelle del tipo K-M possono mostrare flares oltre alla variazione irregolare.

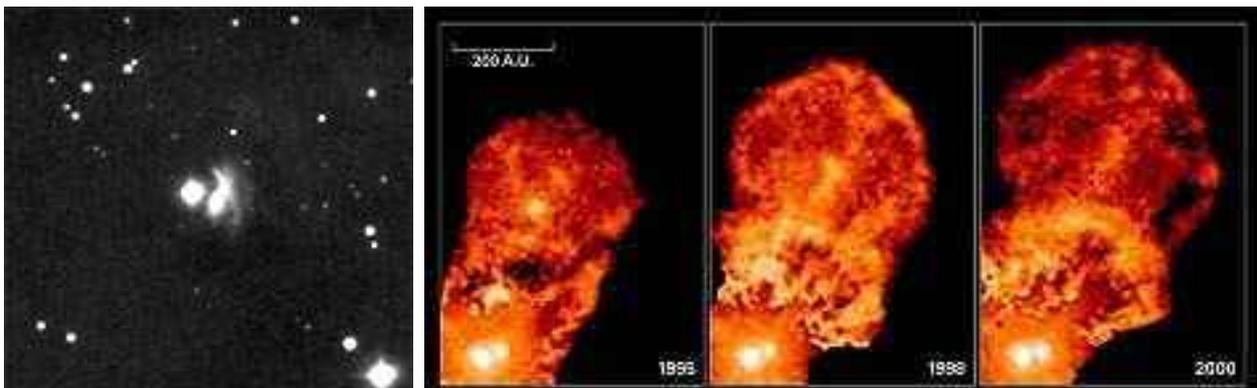
INT

Variabile di Orione del tipo T Tauri. Le stelle raggruppate in questo sottotipo lo sono per criteri puramente spettroscopici. Lo spettro di queste stelle sembra quello del nostro Sole. La differenziazione specifica è caratterizzata dalla presenza di linee di emissione fluorescente FI a 404.6 e 431.2 nm anormalmente intense nello spettro di queste stelle, linee di emissione SII e Oi e linee di assorbimento Li I a 670.6 nm. Queste variabili si collocano solitamente in nebulose diffuse. Se la stella non è relazionata ad una nebulosa la lettera N può essere omessa: IT (RW Aur).



IN (YY)

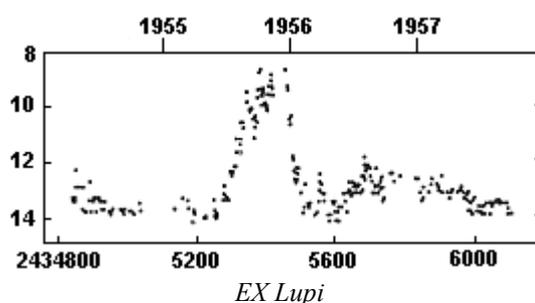
Alcune variabili di Orione (YY Ori) mostrano, nel loro spettro, la presenza di componenti di assorbimento nella banda infrarosso, prova della caduta di materia sulla superficie della stella. In questo caso il simbolo della variabile è accompagnato da YY dentro una parentesi.



(Figura pagina precedente) *T Tauri* fu scoperta nel 1852 da John Russell Hind. Questa variabile è associata alla nebulosa di Hind (NGC 1555), la quale ha variazioni luminose in concomitanza con il periodo di variazione di *T Tauri*. La variabile è situata dentro un involucro di gas dalle dimensioni molto piccole. Figura a destra: bolle di gas che dipartono dal sistema binario XZ Tau costituito da componenti del tipo *T Tauri*.

Fino a qui abbiamo la classificazione ufficiale secondo il GCVS IV edition basata sulle proprietà morfologiche della curve di luce. Nel tempo si è visto che tale descrizione è molto inomogenea e non descrive in maniera ottimale le proprietà di queste variabili, che sono stelle nuove, appena nate dalla materia interstellare. Per questi motivi attualmente si preferisce descrivere questi oggetti come variabili pre-sequenza principale o **PMS** (Pre Main Sequence).

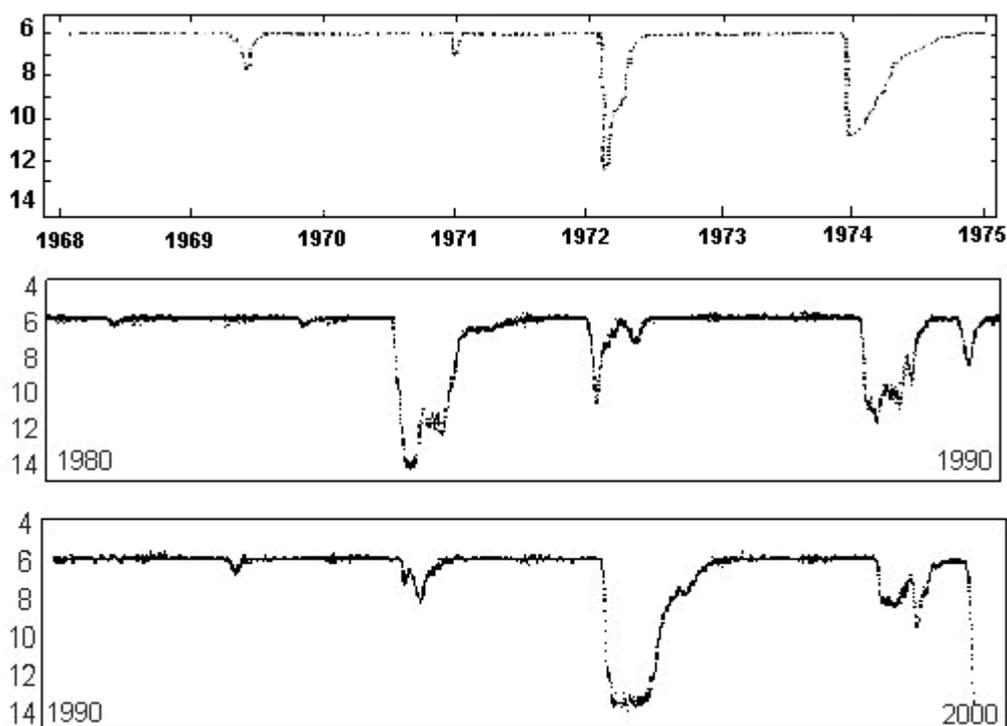
In funzione della massa oggi si distinguono queste variabili in due sottotipi: le **PMS di bassa massa** (fino a 3 volte la massa solare) denominate **T Tauri** e le **PMS di massa intermedia** (4-8 masse solari) che sono denominate stelle **Herbig Ae/Be**.



Le stelle del tipo *T Tauri* mostrano una grande varietà di variazioni fotometriche e di diversa intensità in funzione della lunghezza d'onda usata per rilevarla. Queste variazioni si rivelano irregolari dall'ultravioletto all'infrarosso salvo che nel lontano infrarosso. L'ordine di tempo delle variazioni può essere di minuti, anni o secoli. L'ampiezza di variazione può essere dell'ordine di 5 magnitudini o superiore nel caso di stelle del tipo *FU Ori* o *EX Lupi*. Partendo da questi presupposti Krautten ha individuato 5 tipi in base alle variazioni ottiche:

- 1) Variazioni irregolari di grande ampiezza e dell'ordine di tempi molto lunghi. Queste variazioni sono connesse in apparenza allo spettro della variabile.
- 2) Esplosioni del tipo *FU Ori* (Fuor), che hanno incrementi luminosi fino a 6 magnitudini in pochi mesi e un lento declino che può durare anni o decenni.
- 3) Esplosioni del tipo *EX Lupi* (Exors) dove l'incremento, fino a 5 magnitudini, avviene nell'ordine di tempo delle stelle *FU Ori* come anche il declino è simile.
- 4) Variazioni irregolari di bassa ampiezza (1-2 magnitudini) in una scala di tempo di minuti o ore. Questo tipo di fenomeni sono simili ai brillamenti solari.
- 5) Variazioni quasi periodiche dell'ordine di tempo di 1-10 giorni che potrebbero essere rappresentative della rotazione della stella. Queste variazioni potrebbero essere dovute alla presenza di macchie stellari simili a quelle visibili sul nostro Sole. Nel caso delle stelle *T Tauri* tali macchie dovrebbero coprire una percentuale importante della superficie stellare e le variazioni luminose sono dell'ordine dal decimo di magnitudine.

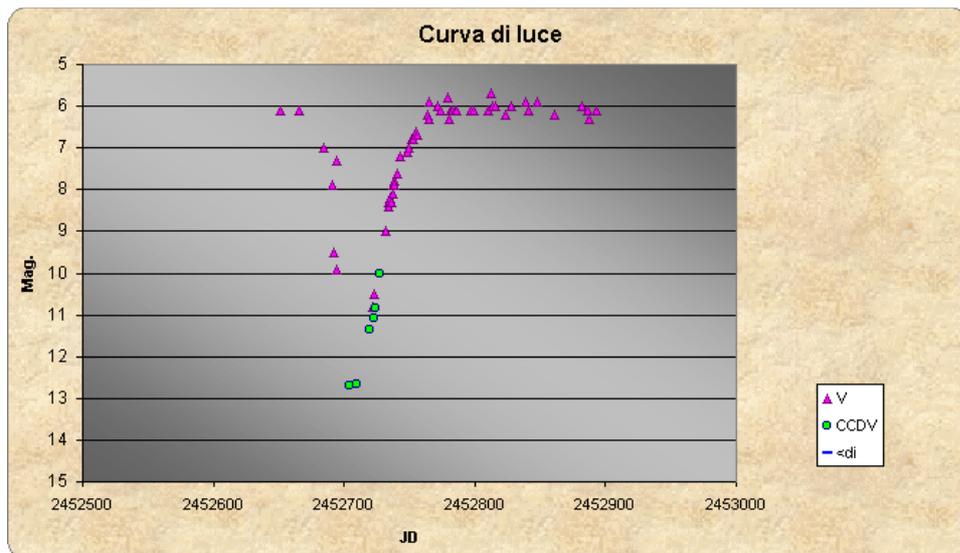
TIPO R CORONAE BOREALIS



R Crb

Le stelle del tipo R Corona Borealis sono variabili povere di idrogeno ma ricche di elio e carbonio, appartenenti al tipo spettrale Bpe-R. Sono allo stesso tempo variabili eruttive e pulsanti. Presentano cadute di luminosità senza nessuna periodicità con un'ampiezza da 1 a 9 magnitudini in poche decine o centinaia di giorni. A queste variazioni si sovrappongono pulsazioni cicliche con un'ampiezza di alcuni decimi di magnitudine e una periodicità che varia da 30 a 100 giorni.

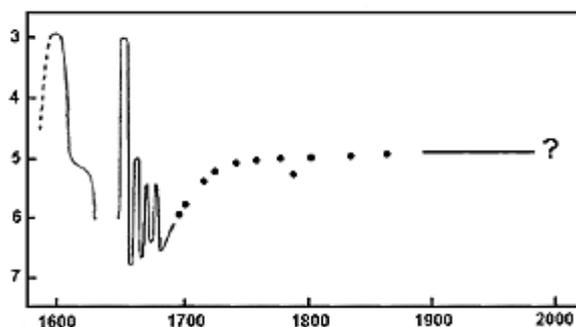
R Crb fu scoperta da Edward Pigott due secoli fa ed è il prototipo di queste supergiganti di tipo spettrale F o G aventi magnitudine assoluta da -4 a -5. A differenza di altre variabili la sua attività non si manifesta per un aumento di luminosità bensì per una caduta di oltre 6 magnitudini raggiungendo in alcuni casi le 8 magnitudini. Il declino è molto rapido e si raggiunge il minimo nel giro di poche settimane. Al contrario il recupero di luminosità è più lento dell'ordine di mesi e spesso si sono registrate ricadute di luminosità.



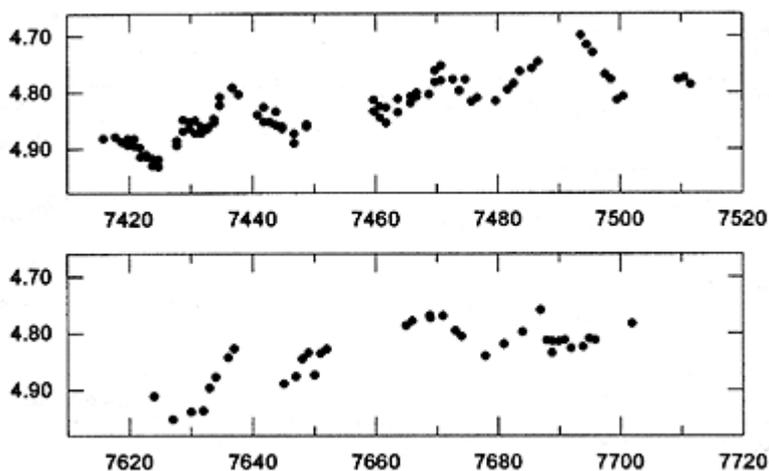
Curva di luce ottenuta dal GRAV (2003)

TIPO S DORADUS

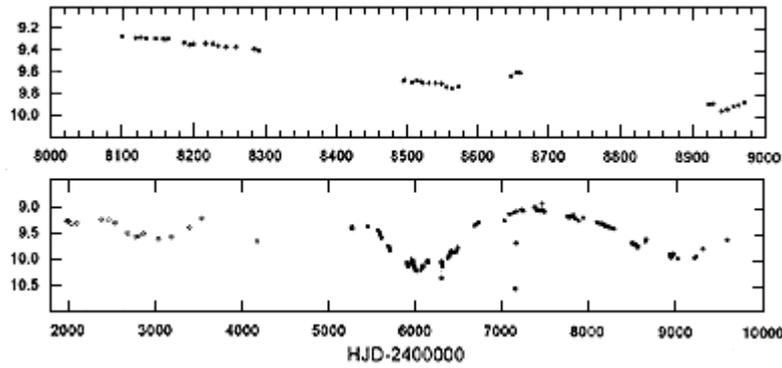
Le variabili del tipo S Doradus, denominate anche LBV (Luminous Blu Variable), sono stelle eruttive supergiganti di grande luminosità (B_{peq} , F_{peq}) con variazioni luminose irregolari (alcune volte cicliche) aventi un'ampiezza da 1 a 7 magnitudini. Sono le stelle azzurre più brillanti di tutta la Galassia. Per regola generale sono connesse a nebulose diffuse.



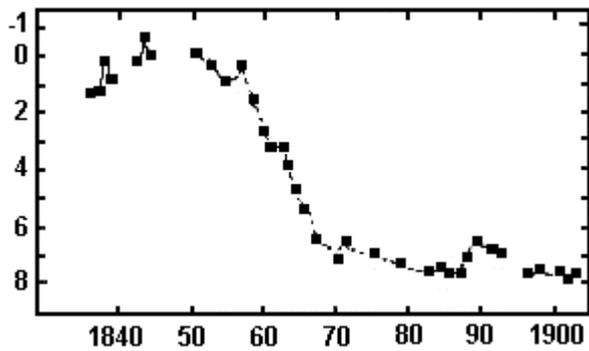
Comportamento di P Cyg a lungo termine secondo De Grot



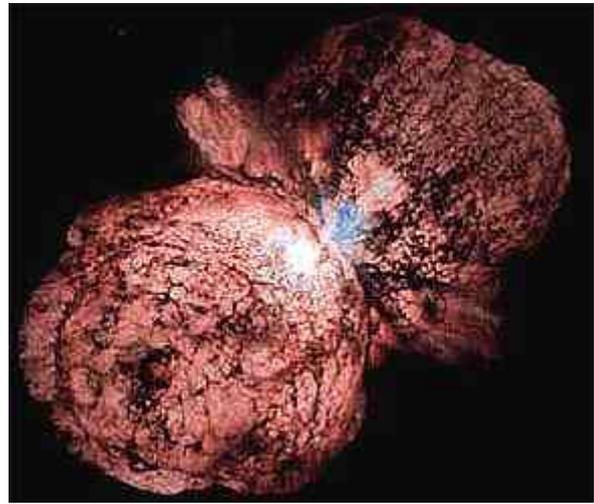
Curva di luce di P Cyg ottenuta da De Grot



Curva di luce di S Doradus (Spoon et al 1994)

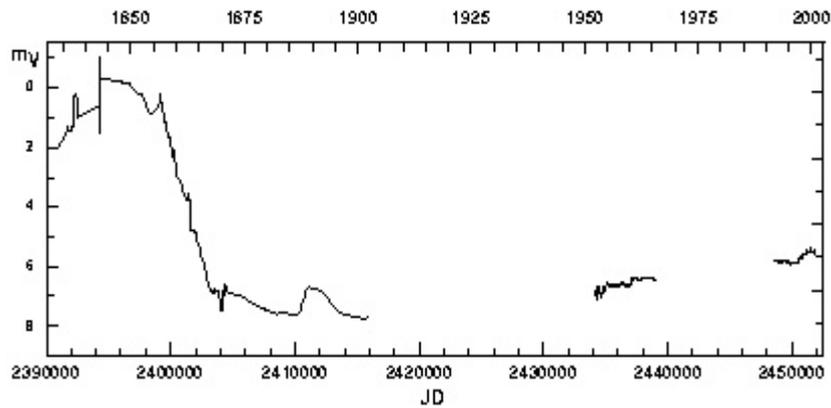


Eta Carinae



Eta Carinae è una stella giovane di magnitudine 5 molto massiccia (150 volte la massa del Sole e 4 milioni di volte più brillante) circondata da un involucro di gas e polveri in espansione. Eta Car si trova nel cuore di una nebulosa ad emissione NGC 3372 nella regione dell'ammasso TR 16 a più di 7000 anni luce da noi. Il suo comportamento è molto peculiare. All'inizio del XVII secolo appariva come una stella di magnitudine 3-4. A metà del XVIII secolo si fece più brillante, raggiungendo la magnitudine 2-3. In seguito diminuì leggermente la propria magnitudine fino al 1835 quando iniziò di nuovo ad aumentare la propria luminosità raggiungendo la prima grandezza e nel 1843 raggiunse la magnitudine -1 diventando una delle stelle più brillanti di tutto il cielo e rivaleggiando con Sirio.

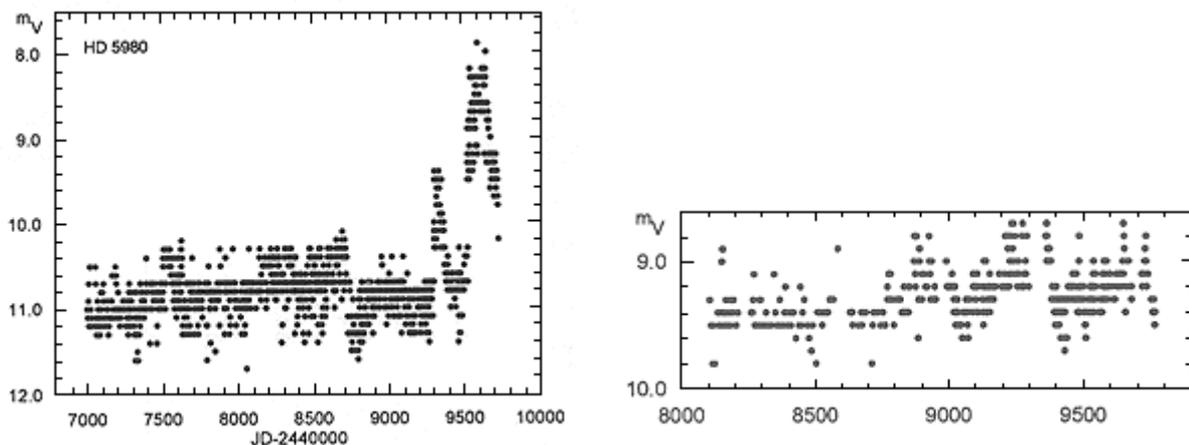
Rimase alla magnitudine 0 fino al 1858 quando iniziò a perdere luminosità in maniera costante e nel 1865 finì di essere osservata ad occhio nudo. Attualmente è una stella di magnitudine 5 con variazioni che la portano sporadicamente alla magnitudine 4.



Curva di luce schematica di Eta Car dal 1830 al 2000

TIPO WOLF-RAYET

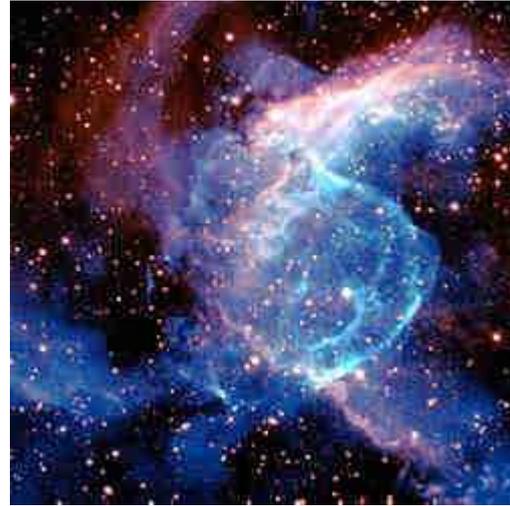
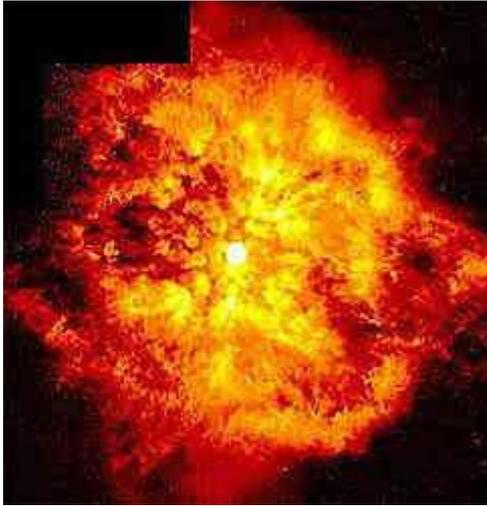
Le variabili del tipo Wolf-Rayet sono oggetti massicci (circa 20 volte la massa del Sole) molto luminosi appartenenti alla Popolazione I, aventi magnitudine assoluta compresa tra -2.2 e -6.7 e una temperatura superficiale compresa tra i 25.000 e i 50.000 °C. Furono scoperte nel 1867 da C.Wolf e G.Rayet mentre stavano osservando, con uno spettroscopio, delle stelle nella costellazione del Cigno. Queste variabili possiedono un vento stellare molto intenso, denso e caldo con velocità comprese tra i 1.000 e 2.500 km/s e hanno tassi di perdita di massa stellare molto elevati. Il processo per cui si sviluppa tale vento è ancora sconosciuto ma senza dubbio esso gioca un ruolo importante nell'evoluzione di questi oggetti. Tale perdita di massa si stima sia compresa tra 10^{-6} e 10^{-5} masse solari per anno. Per paragone la nostra stella perde annualmente “solo” 10^{-14} masse solari. Le stelle Wolf-Rayet mostrano di sovente linee di emissione HeI e HeII come anche CII, CIV, OII, OV, NIII e NV caratteristica che di fatto permette di identificare abbastanza facilmente questo tipo di stelle variabili mediante la spettroscopia. La variazione luminosa in visuale può arrivare a superare 0.1 mag. probabilmente a causa di eiezioni di materia dalla superficie.



Curva di luce visuale delle WR HD5980 (a sinistra) e HDE 326823 (a destra) ottenute da A.Jones

Dal punto di vista spettroscopico le stelle variabili del tipo Wolf-Rayet si dividono in tre gruppi

1. **WN** in cui è dominante l'idrogeno e ci sono presenze di carbonio
2. **WC** in cui è dominante il carbonio ed è assente l'idrogeno
3. **WO** sono stelle rare con relazione $C/O < 1$



Nebulosità di gas attorno a due stelle variabili del tipo Wolf-Rayet

Circa il 10% delle stelle conosciute del tipo Wolf-Rayet presentano un involucro di gas spesso chiamato anello nebulare. Questi involucri sono regioni sferiche o semisferiche di HII aventi un raggio di decine di parsec che rappresenterebbero il gas rimasto dopo la formazione della stella. Le stelle WR si trovano spesso anche in sistemi binari o multipli. I periodi conosciuti per queste stelle vanno da alcune ore a diversi anni.

11.2 VARIABILI PULSANTI

Sono denominate variabili pulsanti quelle stelle variabili che mostrano un'alternanza periodica di espansione e contrazione degli strati superficiali. Le pulsazioni possono essere radiali o non radiali. Una stella variabile pulsante radiale mantiene la sua forma sferica. In caso di pulsazioni non radiali la stella si allontana periodicamente dalla forma sferica e zone vicine alla superficie possono avere fasi di pulsazioni opposta.

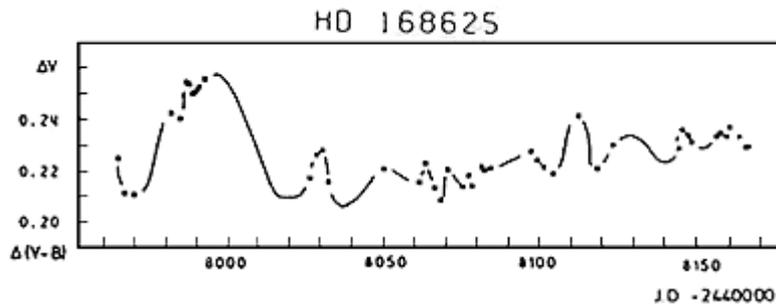
A seconda del periodo, della massa e lo stadio di evoluzione della stella, o in riferimento ad altri fenomeni, si possono distinguere le seguenti categorie:

| | |
|----------------------|--------------------|
| ALPHA CYGNI | BETA CEPHEI |
| CEFEIDE | DELTA SCUTI |
| L | MIRA CETI |
| PV TELESCOPII | RR LYRAE |
| RV TAURI | SR |
| SX PHOENICIS | ZZ CETI |
| GAMMA DORADUS | 53 PER |

TIPO ALPHA CIGNY

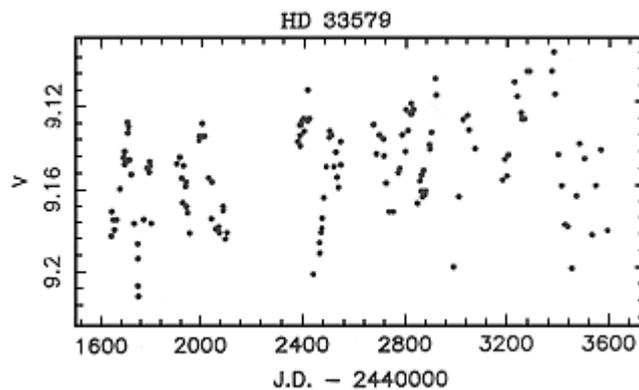


Le variabili del tipo Alpha Cigny sono stelle supergiganti di classe spettrale Beq-Aeqa aventi pulsazioni non radiali. Di fatto in questa categoria ci sono anche stelle di classe spettrale O purchè si trovino nella stessa sequenza evolutiva. La luminosità varia con un'ampiezza di 0.1 mag. in visuale in maniera apparentemente irregolare essendo queste variazioni causate dalla superimposizione di varie oscillazioni con periodi simili. Si sono osservati periodi da pochi giorni ad alcune settimane.



Comportamento a lungo termine di Alpha Cigny HD 168625

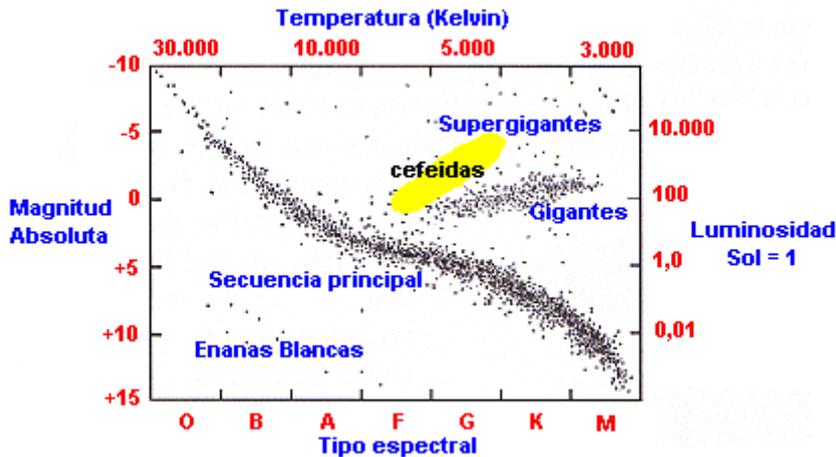
Questi oggetti hanno classe di luminosità Ib, Iab, Ia e Ia+ e le variabili più luminose sono denominate supergiganti. Tutte le supergiganti di classe spettrale O, B e A sono variabili e le più luminose presentano microvariazioni simili a quelle osservate nelle stelle LBV (tipo S Doradus) durante il loro stato di quiescenza tanto che il livello di variazione luminosa aumenta negli oggetti più luminosi.



Curva di luce di HD 33579

TIPO CEFEIDE

Le stelle del tipo Cefeide sono variabili aventi pulsazioni radiali di alta luminosità (classe Ib – II) con periodi che vanno da 1 a 135 giorni e ampiezza di variazione da qualche centesimo di magnitudine fino a 2 magnitudini (la variazione è maggiore in B che in V). La classe spettrale al massimo è F, mentre al minimo la classe spettrale è G – K e più avanzato sarà il tipo spettrale quanto maggiore sarà il periodo di variazione. La curva di velocità radiale è in pratica un riflesso della curva di luce coincidendo il massimo dell'espansione degli strati superficiali con la massima luminosità della variabile.



Collocazione delle Cefeidi nel diagramma HR. Esse si trovano nel ramo di instabilità compreso tra le RR Lyrae e le supergiganti (magnitudine assoluta compresa tra 0 e -6)

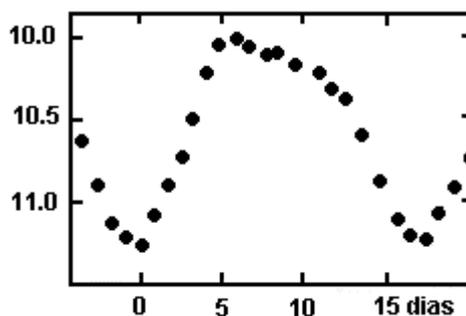
I sottotipi sono:

CEP(B)

Sono Cefeidi (TU Cas, V367 Sct) aventi due o più modi di pulsazione che operano simultaneamente (in generale un periodo principale P0 e un secondo periodo armonico al primo P1). I periodi vanno da 2 a 7 giorni e il rapporto P1/P0 è prossimo a 0.71.

CW

Le variabili del tipo W Virginis sono stelle pulsanti appartenenti all'alone sferico della nostra Galassia o sono stelle vecchie del disco con un periodo di variazione da 0.8 a 35 giorni e ampiezza luminosa 0.3 a 1.2 mag.. Esse seguono una relazione periodo-luminosità diversa dalle Delta Cep (vedi oltre). A parità di periodo le stelle del tipo CW sono più deboli delle Delta Cep di 0.7 – 2 mag. A parità di periodo le stelle del tipo CW si distinguono dalle Delta Cep oltre che per l'ampiezza di variazione anche per una “borsa” o “gobba” visibile nel ramo discendente (vedi sotto). Le variabili del tipo CW sono solitamente presenti negli ammassi globulari o ad elevate latitudini galattiche.



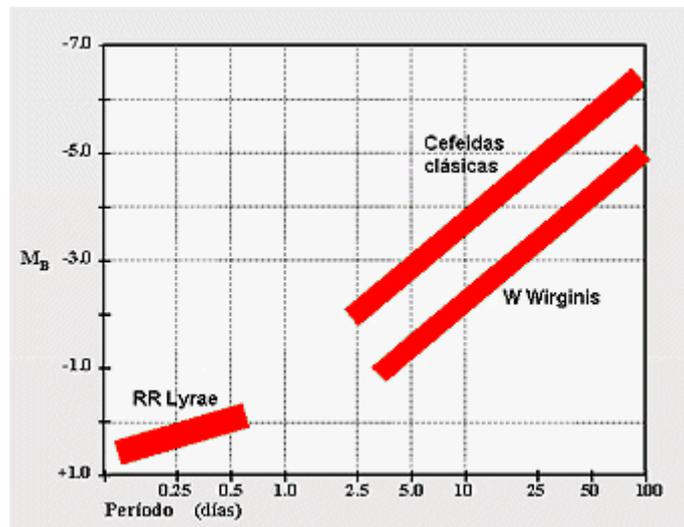
W Vir

Le variabili Cefeidi del tipo CW si possono riclassificare anche nei seguenti sottotipi:

1. **CWA** aventi periodo di variazione maggiore di 8 giorni (W Vir)
2. **CWB** aventi periodo di variazione inferiore a 8 giorni (BL Her)

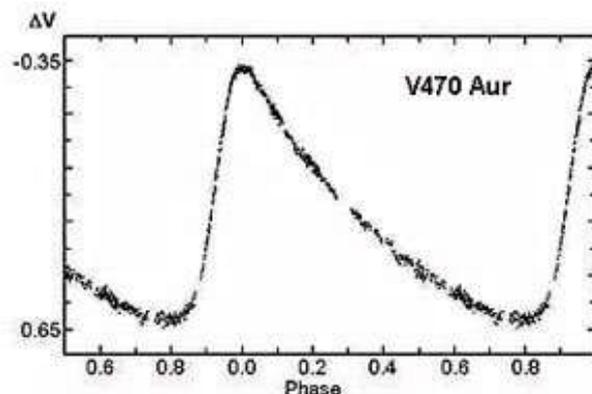
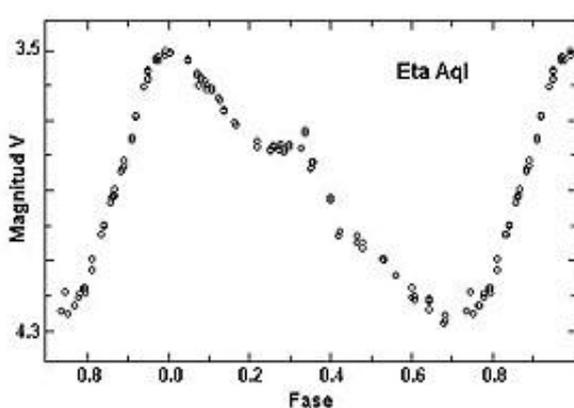
DCEP

Cefeide classica. Le variabili del tipo Delta Cep sono oggetti relativamente giovani che hanno lasciato la sequenza principale e si trovano nella banda di instabilità del diagramma HR. Seguono la relazione periodo-luminosità ben conosciuta e appartengono alla componente dei bracci a spirale della nostra Galassia. Le DCep sono presenti anche negli ammassi aperti. Le Cefeidi sono conosciute soprattutto per la relazione tra la forma della curva di luce e il periodo. Nel 1912 classificando le stelle variabili scoperte nella galassia della Piccola Nube di Magellano per ordine di luminosità, Henrietta Leavitt constatò che il periodo di variazione era tanto più lungo quanto maggiore era la luminosità media della variabile. Visto che tutte le Cefeidi studiate erano situate alla stessa distanza e quindi non interveniva il fattore lontananza e la magnitudine apparente non differiva dalla magnitudine assoluta se non per un fattore costante che è lo stesso per tutte le stelle la Leavitt estrapolò la famosa relazione Periodo-Luminosità. Basta conoscere la distanza di una Cefeide per poter calcolare la distanza di tutte le altre.



DCEPS

Le variabili DCeps sono variabili del tipo Delta Cep con un'ampiezza di variazione luminosa inferiore a 0.5 in V (0.7 in B) e una curva di luce quasi simmetrica (M-m prossimo a 0.4-0.5). Per regola generale il periodo di variazione non supera i 7 giorni.



A sinistra Eta Aql, a destra V470 Aur scoperta dal GEA

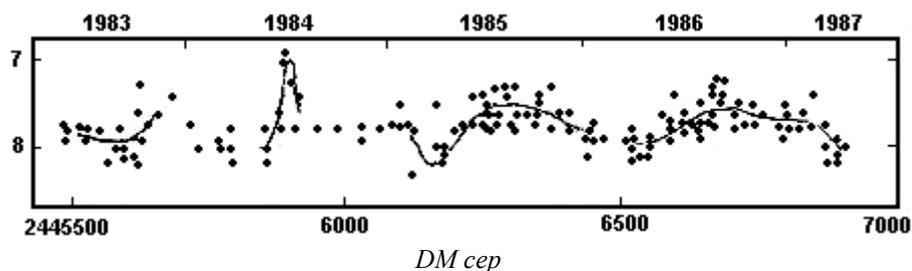
Generalmente i due tipi di stelle variabili Delta Cep e CW sono denominate Cefeidi in quanto entro un periodo di variazione compreso tra i 0.3 e i 10 giorni è impossibile identificarne il sottotipo di appartenenza semplicemente dalla curva di luce. Senz'ombra di dubbio si tratta di due oggetti distinti in un diverso stadio evolutivo. Una delle differenze più importanti tra le Delta Cep e le CW è la presenza nello spettro delle seconde, durante un certo intervallo di fase, di righe di emissione dell'idrogeno.

TIPO L

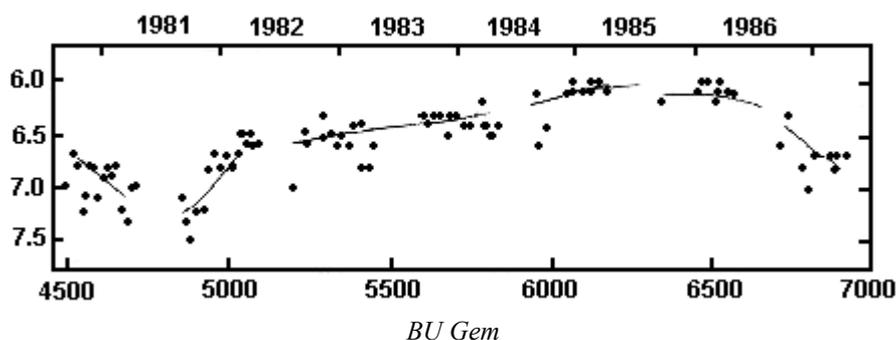
Le stelle del tipo L sono variabili irregolari lente. Le loro variazioni di luce non mostrano nessuna periodicità o mostrano occasionalmente periodicità molto poco marcate. Questo tipo di variabili appaiono simili alle variabili del tipo I soprattutto quando sono poco studiate. Molte di loro sono di fatto variabili di tipo Semiregolare o di altro tipo.

LB

Le LB sono variabili irregolari di classe spettrale avanzata K,M,C o S. Per regola generale sono delle giganti (CO Cyg). Vengono catalogate nel GCVS come LB anche variabili irregolari rosse lente qualora sia sconosciuta la classe spettrale e la luminosità.



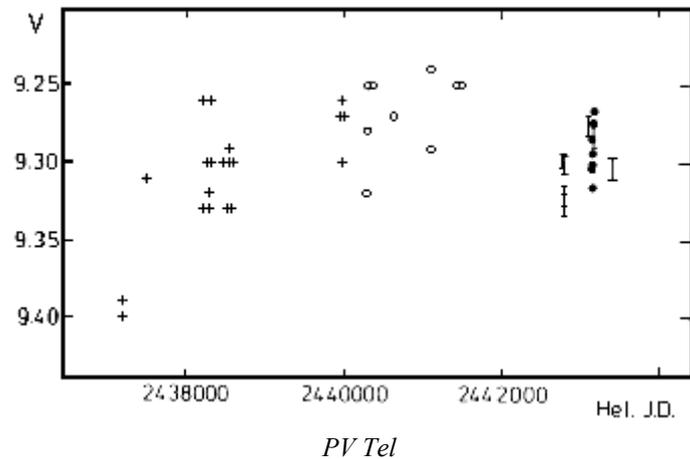
LC



Variabili irregolari supergiganti di classe spettrale avanzata aventi un'ampiezza dell'ordine di una magnitudine.

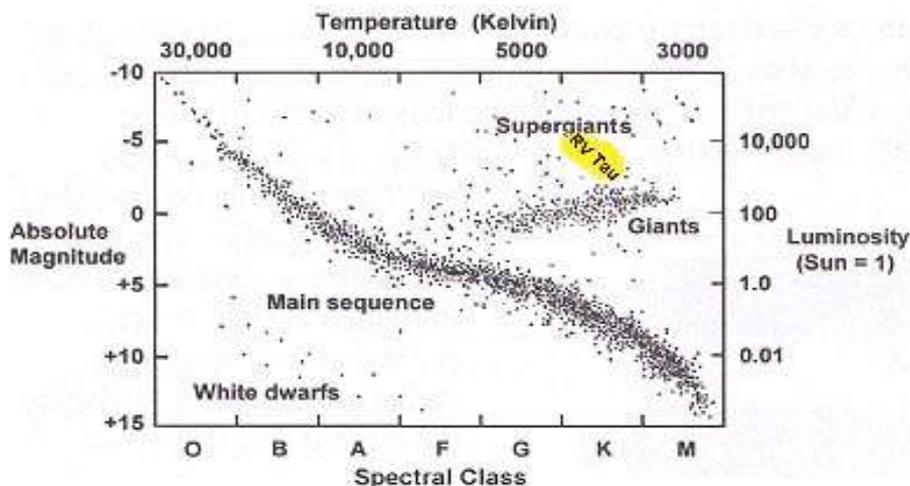
TIPO PV TELESCOPI

Le variabili del tipo PV Tel sono supergiganti di elio Bp con deboli righe di emissione dell'idrogeno e marcate righe dell'elio e del carbonio, con un periodo di pulsazione compreso tra 0.1 e 1 giorni e un'ampiezza di variazione luminosa di 0.1 mag. in un'intervallo di tempo di circa un anno.



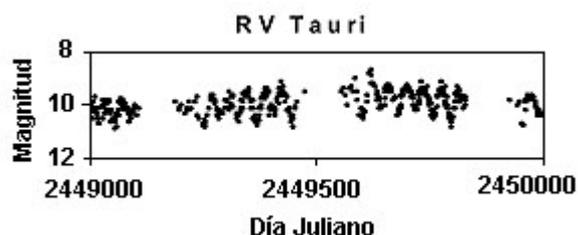
TIPO RV TAURI

Le variabili del tipo RV Tauri sono supergiganti con pulsazioni radiali e spettro G e F al massimo e K, M al minimo. La curva di luce è caratterizzata da una modulazione doppia con minimi primari e secondari alternati di profondità variabile tanto che il minimo primario può diventare il secondario e viceversa; l'ampiezza completa può raggiungere le 3 o 4 magnitudini. L'intervallo di tempo tra due minimi primari, caratterizzano in generale il periodo che è compreso tra 30 e 150 giorni

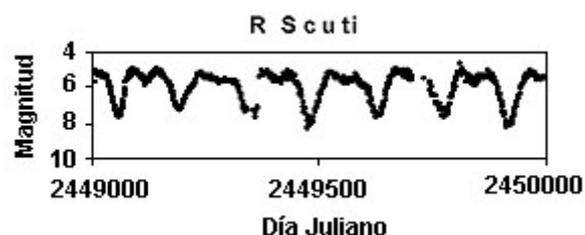


Collocazione delle variabili del tipo RV Tauri nel diagramma HR

Le RV Tauri rappresentano una rara forma di pulsazione in stelle che si collocano in uno stadio di evoluzione avanzato. Le più luminose variabili di questo tipo si incontrano di solito negli ammassi globulari. Questa peculiarità viene confermata anche da analisi spettroscopiche che evidenziano righe di assorbimento marcate dovute ai metalli ionizzati, caratteristica tipica delle stelle supergiganti. Le prime variabili scoperte di questo tipo furono R Scuti nel 1795 e R Sagittae nel 1859. Questo tipo di stelle variabili non sembrano essere molto comuni ed infatti si conoscono solo una decina di variabili di questo tipo mentre una cinquantina di sospette aspettano di essere studiate per confermare con certezza la loro natura.



RV Tauri, il prototipi di questa classe



R Scuti, la più conosciuta variabile del tipo RV Tauri

La loro classificazione non è così semplice in quanto la loro curva di luce presenta delle similitudini con le variabili del tipo SRd. Quello che caratterizza una variabile di questo tipo è:

- la curva di luce deve mostrare due minimi, uno profondo e un altro meno profondo
- il periodo di tempo che intercorre tra due minimi profondi, chiamato “periodo doppio”, deve essere compreso tra i 50 e i 150 giorni.
- Il tipo spettrale deve essere compreso tra F medio e K avanzato anche se non sono escluse alcune lievi peculiarità
- classe di luminosità: I-II

In caso ci siano poche osservazione le stelle variabili del tipo RV Tauri possono essere confuse per stelle del tipo EB o SRd.

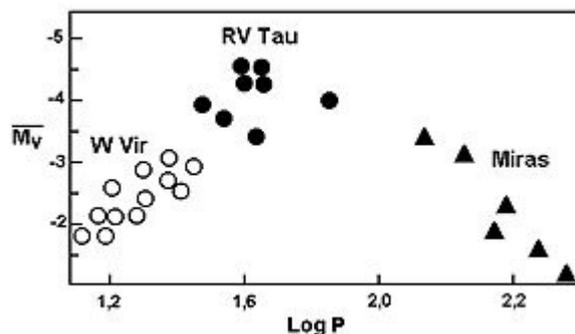


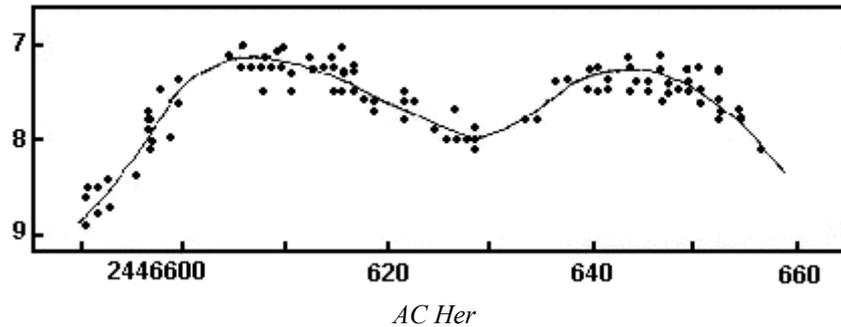
Diagramma periodo-luminosità per stelle del tipo W Vir, RV Tau e Mira (D.W. Dawson, 1981)

Se proviamo a relazionare le stelle del tipo RV Tauri con le variabili del tipo W Vir (Cefeidi del tipo II) e le variabili del tipo Mira, esse sembrano essere il ponte di collegamento tra queste due classi di stelle variabili. Non è ben chiaro se effettivamente le stelle del tipo RV Tauri rappresentino un breve fase dell'evoluzione di tutte le variabili che si preparano a diventare delle stelle instabili oppure se esse siano una peculiarità solo di alcune stelle. Recenti studi sembrano dimostrare che le variabili del tipo RV Tauri rappresentino una fase post-AGB (Ramo asintotico delle giganti) che porterà queste stelle a diventare delle nebulose planetarie. Il numero ridotto di stelle variabili di questi tipo conosciuto ha portato a concludere che questa fase può durare solo alcune migliaia di anni.

Il GCVS distingue due sottotipi di RV Tauri:

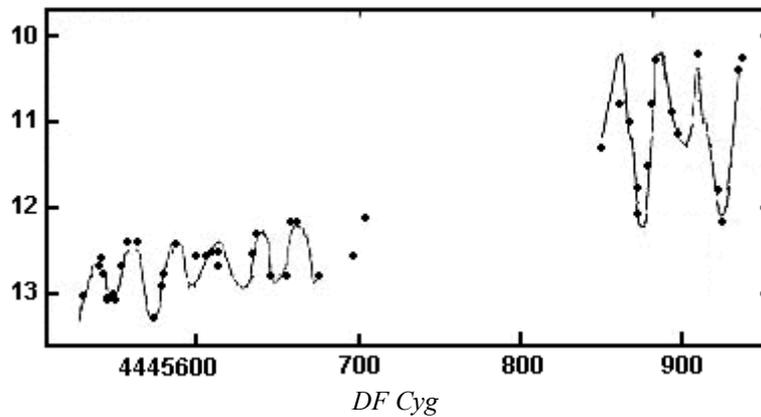
RVA

La magnitudine media non varia (AC Her):



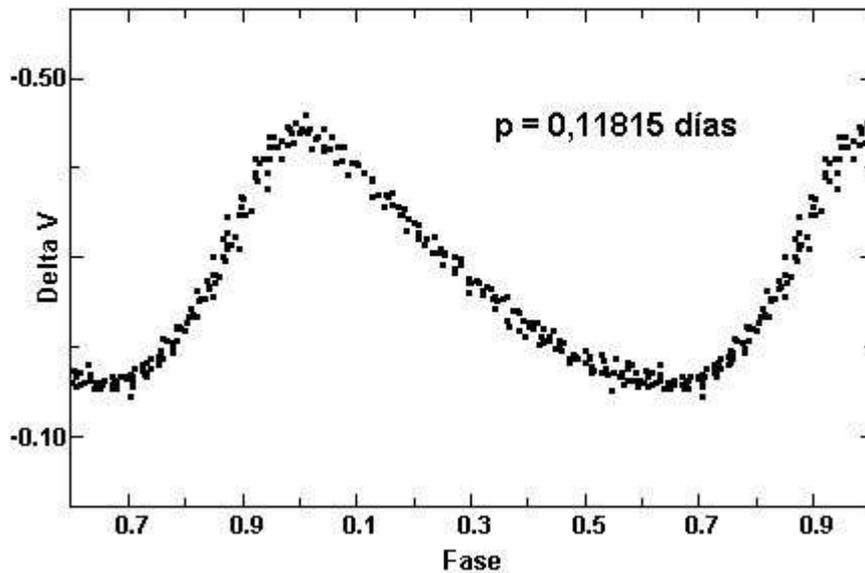
RVB

Le stelle del tipo RVB variano periodicamente la loro magnitudine media entro un periodo compreso tra i 600 e i 1500 giorni con un'ampiezza fino a 2 magnitudini (RV Tauri, DF Cyg):



TIPO SX PHOENICIS

Le variabili del tipo SX Phoenicis si comportano come le stelle del tipo DSCT e infatti ci sono astronomi che pensano che non si dovrebbero trattare in maniera indipendente. Esse sono delle nane pulsanti appartenenti all'alone sferico oppure alla Popolazione II della nostra Galassia, con tipo spettrale compreso tra A2 e F5. Possono mostrare simultaneamente diversi periodi di oscillazione, in generale di 0.04 - 0.08 giorni, con una variazione luminosa che può raggiungere le 0.7 magnitudini. Solitamente queste variabili si trovano negli ammassi globulari.



Questa curva di luce è un esempio di una variabile del tipo SX Phe la cui natura fu scoperta dal GEA nel 1997. Le SX Phe sono in realtà delle Delta Scuti di popolazione II che possiedono una bassa metallicità.

LE STELLE SX PHE E LE “BLUE STRAGGLER”

Le stelle Blue Straggler (termine introdotto da K.H.Strom e S.E.Strom nel 1970) furono scoperte nell'ammasso globulare M3 nel 1953 da Sandage. Attualmente si conoscono varie centinaia di stelle di questo tipo tanto negli ammassi globulari quanto nell'alone della nostra Galassia e delle galassie nane del nostro Gruppo Locale. Quello che attrae l'attenzione di questi oggetti negli ammassi globulari è la loro massa, approssimativamente 1,5 volte quella del Sole, contro le 0,8 masse solari mediamente misurate per le altre componenti degli ammassi e di conseguenza il loro tipo spettrale e la loro età che è stimata essere da 2 a 4 miliardi di anni che contrastano con i 12 miliardi di anni delle stelle che le circondano. Quindi si deduce che siano oggetti giovani di recente formazione però, secondo le recenti teorie, la formazione di stelle negli ammassi globulari cessò alcuni miliardi di anni fa e quindi le “Blue Straggler” non possono avere l'età che apparentemente mostrano a una prima analisi.

Varie teorie sono state formulate per risolvere il paradosso delle blue straggler che hanno avuto maggiore o minore fortuna. La più verosimile, che concorda sia con la teoria che con i dati osservativi, fu formulata da Hills e Day nel 1976 nella quale si suggerisce che tali stelle siano il risultato di collisioni di due o più stelle all'interno dell'ammasso globulare, favoriti dall'elevato numero di stelle che si trovano in questi oggetti. Nel 1987 Bens e Hills hanno dimostrato che la collisione di due stelle della sequenza principale all'interno di un ammasso avrebbe come conseguenza la creazione di una stella la cui massa è simile a quella calcolata per le blue straggler. I dati osservativi appaiono abbastanza chiari in merito alla natura delle blue straggler: da un lato la teoria ipotizza che un sistema binario vicino, a causa dei mutui effetti mareali, presto o tardi si fonderà in un solo corpo, dall'altro abbiamo che in funzione dell'elevato numero di stelle variabili scoperte negli ammassi globulari c'è una strana bassa percentuale di stelle variabili ad eclisse. Oltretutto l'alta densità di stelle negli ammassi globulari aumenta notevolmente le probabilità di “scontri” tra due o più stelle. Quindi la fusione di due stelle da come risultato un corpo quasi due volte più massiccio e un conseguente aumento della temperatura, come dire un “ringiovanimento”

delle stelle passando dal tipo spettrale K o G al tipo A o F. Questo può dirsi un magnifico esempio della teoria e delle leggi dell'evoluzione stellare!

Ma come sono relazionate le Blue Straggler con le SX Phe? Molto semplice: le stelle variabili del tipo SX Phe hanno una classe spettrale A o F e la maggior parte di questi oggetti sono stati scoperti negli ammassi globulari. Quindi le SX Phe sono Blue Straggler, come dire, sono il risultato dell'evoluzione e della conseguente fusione di un sistema binario vecchio che danno origine ad una stella “giovane” avente caratteristiche ben diverse dalle progenitrici.

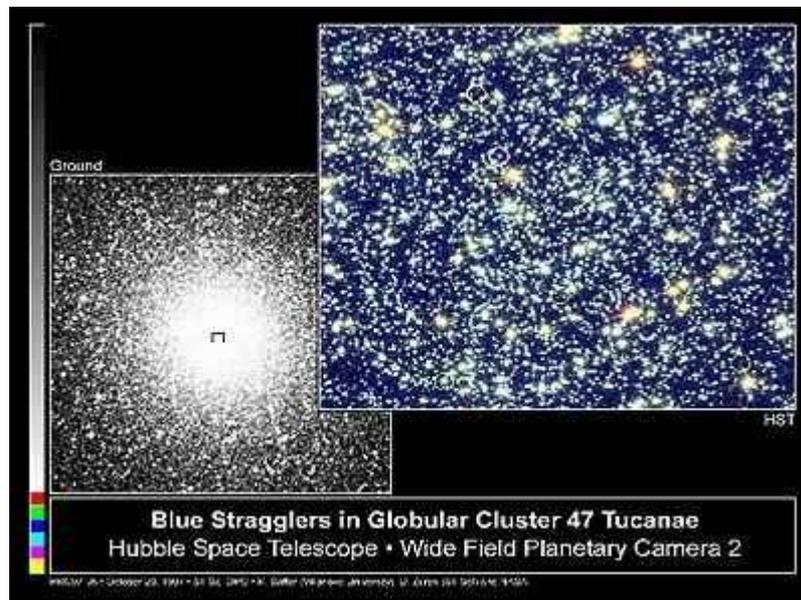
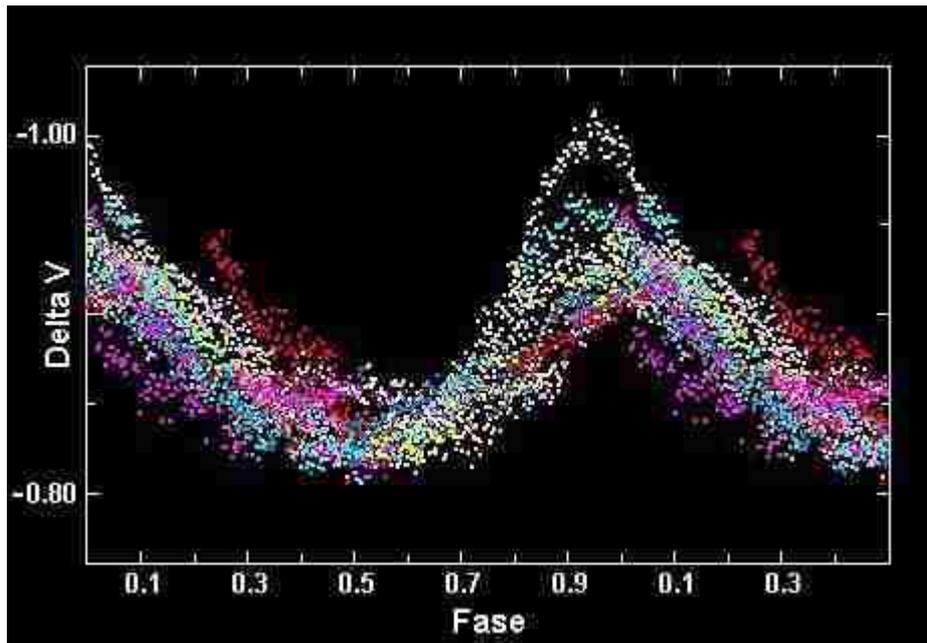


Immagine dell'ammasso globulare 47 Tucanae ripreso con lo Hubble Space Telescope. Nel centro del disco (a destra e a colori) si possono osservare diverse Blue Stragglers. Grazie allo Spettrografo montato su Hubble fu possibile ottenere lo spettro di una di esse e di conseguenza è stato possibile determinarne diametro, temperatura e periodo di rotazione. Partendo da questi dati è stato possibile ottenere il valore della massa che è risultato essere 1,7 volte la massa Solare, però la sua velocità di rotazione è stata calcolata essere 2 o 3 volte superiore alle stelle di questo tipo. Di conseguenza si deduce che le Blue Straggler devono formarsi dalla collisione di due stelle poco massicce proprio come si supponeva. Due sono le possibilità con cui avvengono queste fusioni: la prima è che due stelle collidano in maniera violenta senza che vi sia nessuna relazione tra loro, la seconda è che vi sia una lenta fusione in un sistema doppio. L'osservazione di 47 Tucanae suggerisce che sia questa seconda teoria la più veritiera. Infatti nel caso di una fusione lenta, la stella che si forma deve essere più massiccia e avere una maggiore velocità di rotazione. Tuttavia non si può ancora completamente escludere la prima teoria in quanto si sono osservate stelle Blue Stragglers aventi una bassa velocità di rotazione tipica della fusione che avviene per collisione violenta tra due stelle.

TIPO GAMMA DORADUS

Un nuovo tipo di stelle variabili non presente nel catalogo del GCVS è quello delle Gamma Doradus. Sono stelle aventi una classe spettrale A5 – F8, una variazione luminosa molto esigua e un periodo compreso tra 0.5 e 4 giorni (tipicamente da 0.8 a 1 giorno).

Si ignora quasi tutto in merito a queste stelle variabili però si suppone che esse pulsino in maniera non radiale il che le fa diventare oggetti molto interessanti dal punto di vista teorico. Si conoscono poche componenti di questa sotto classe per la maggior parte scoperte dal GEA.

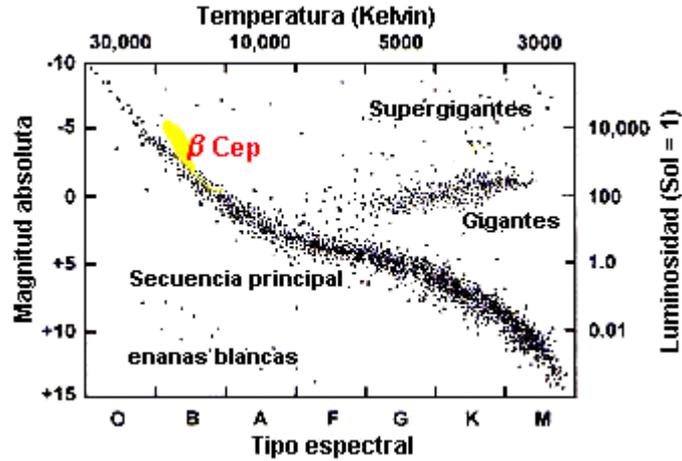


Questa variabile fu scoperta da Hipparcos e catalogata come RR Lyrae. Il GEA seguì la stella nel tempo e scoprì che in realtà si trattava di una Gamma Doradus. I colori rappresentano le osservazioni ottenute in notti diversi e si può facilmente notare la variazione dell'ampiezza di variazione. (GEA 1997)

TIPO BETA CEPHEI

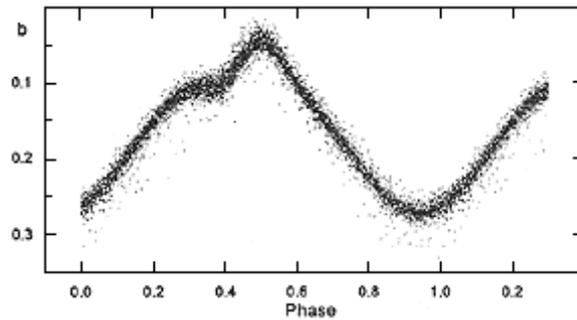
Le Beta Cephei sono stelle variabili pulsanti azzurre del tipo spettrale compreso tra B0 e B3 che si collocano a tre quarti della sequenza principale (magnitudine assoluta tra -3 e -5).

La prima variabile scoperta di questo sottogruppo fu Beta Ceph da parte di E. Frost nel 1901 che curiosamente la stava osservando spettroscopicamente per determinarne la velocità radiale. Fu solo nel 1913 però che P. Guthnick scoprì anche una variazione fotometrica. Essa si caratterizzava per la sua bassa ampiezza di variazione luminosa (dell'ordine di 0.1 mag V) e per la sua variazione di velocità radiale che poteva superare i 100 Km/s non sempre accompagnata da variazioni luminose. Il periodo di variazione tipico di queste variabili si situa tra i 0.16 e 0.3 giorni presentando frequentemente vari periodi simultanei. Per molto tempo queste variabili rappresentarono un problema per la teoria dell'evoluzione stellare correntemente accettata. Attualmente si suppone che queste stelle stiano abbandonando la sequenza principale e per questo soffrano di una lenta espansione e per tanto una diminuzione di densità che provoca un aumento del periodo di pulsazione.



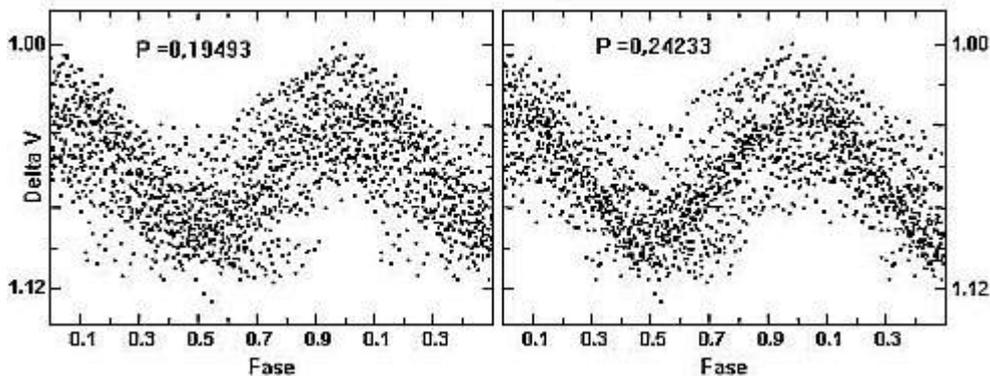
Posizione delle stelle Beta Cep nel diagramma H-R

Per molto tempo queste stelle vennero classificate, nel GCVS, come Beta CMi in quanto essa era la stella più luminosa di questo sottogruppo. Nonostante nella dicitura odierna sia comunemente accettata la designazione “tipo Beta Cep” per indicare queste variabili si può incappare ancora in qualche documento datato nel quale si fa riferimento alle Beta CMi.



BW Vul in banda B (Sterken et al. 1986)

La Beta Cep che varia più di tutte è BW Vul, una stella di magnitudine 6.5 V e tipo spettrale BIII-B2IIIeaV, che mostra un'ampiezza di 0.2 magnitudini V (1.2 nell'ultravioletto) con un periodo di 0.20104117 giorni che si allunga di circa 2 secondi al secolo, un valore molto piccolo nella scala umana ma enorme per la scala temporale delle stelle. Si tratta di un oggetto abbastanza facile per gli osservatori più esperti.



SAO 23170 è una Beta Cep multiperiodica scoperta dal GEA

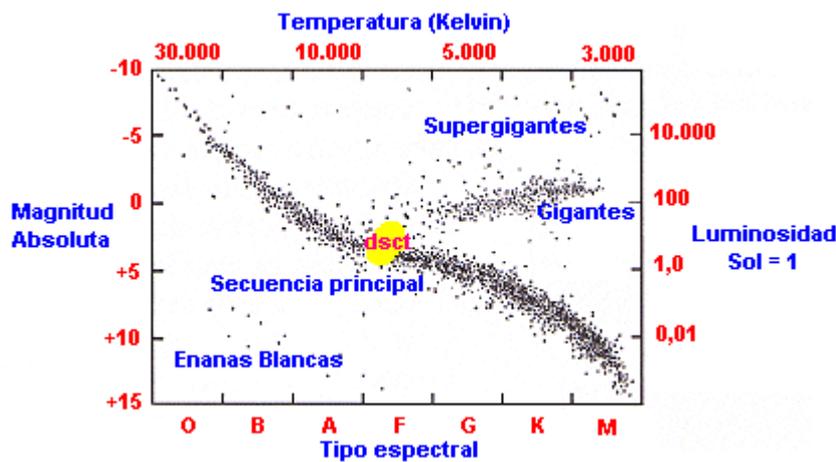
BCEP

Si tratta di un gruppo di stelle Beta Cep di corto periodo. I tipi spettrali sono B2-B3 IV; i periodi e ampiezze di variazione sono di 0.02 giorni e 0.015-0.025 mag. Rispettivamente come dire una magnitudine inferiore alle normali Beta Cep. Questo sottotipo fu introdotto da Jakate nel 1979 però la loro esistenza reale è ancora molto discussa.

La designazione delle Beta Cep include anche le stelle del tipo 53 Tuc non considerate ancora come un sottotipo distinto.

TIPO DELTA SCUTI

Le Delta Scuti sono stelle variabili di tipo spettrale A0 e F5 II – V con ampiezze di variazione luminosa comprese tra 0.003 e 0.9 mag V (in generale alcuni centesimi di magnitudine) e un periodo compreso tra 0.01 giorni e 0.3 gironi (massimo). La forma della curva di luce, il periodo e l'ampiezza di variazione variano molto da stella a stella. In questo tipo di stelle si osservano variazioni tanto radiali quanto non radiali. La variabilità di certe componenti di questo gruppo appare solo sporadicamente; non si esclude che questo sia la conseguenza di una forte modulazione di ampiezza che può arrivare a un periodo minimo di 0.001 mag. La curva di luce è un calco quasi esatto della variazione di velocità radiale. La massima velocità radiale non si discosta di oltre 0.1 giorni dalla variazione luminosa.



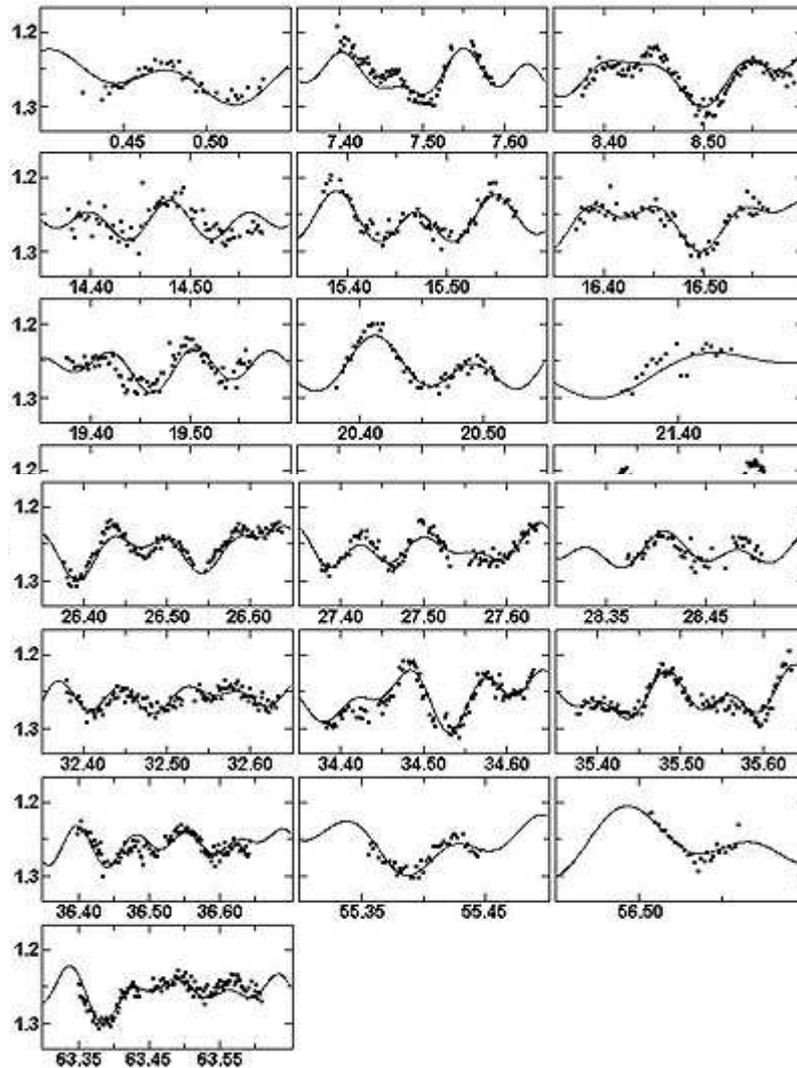
Posizione delle variabili Delta Scuti nel diagramma H-R. Esse si collocano nella banda di instabilità appena sotto le RR Lyrae.

Anche il GCVS mantiene la denominazione di Delta Scuti per quelle variabili che si trovano nel disco della galassia e negli ammassi aperti mentre classifica come del tipo SX Phe quelle variabili che si trovano nell'alone e negli ammassi globulari, indicando che sono variabili apparentemente molto simili. Secondo M.W. Feast (1996) esiste una grande confusione in merito alla nomenclatura di queste variabili e infatti si trovano Delta Scuti classificate come Cefeidi nane (Rrs), Cefeidi ultracorte, AI Velorum e SX Phe sicchè non esiste una ragione fisica precisa per classificare queste variabili in un gruppo o nell'altro.

DCST

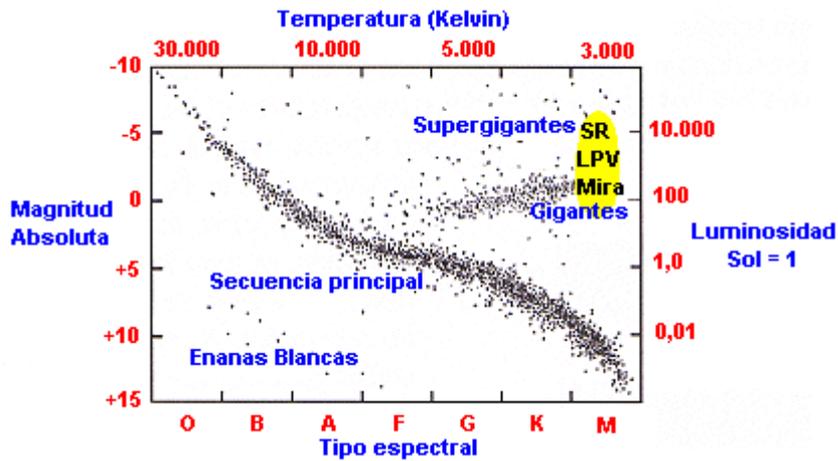
Tipo di variabile Delta Scuti dalla bassa ampiezza di variazione (0.1 mag V). La maggior parte delle componenti di questo sottogruppo appartengono alla classe di luminosità V. Per regola generale queste variabili si collocano all'interno degli ammassi aperti. Anche se il GCVS mantiene la nomenclatura di questo sottotipo non è ben chiaro il perchè le si debba considerare come una specie diversa dalle Delta Scuti.

Sotto è visibile la curva di luce di una Delta Scuti scoperta dal GEA che può illustrarci il comportamento di queste variabili. La stella si mostra multiperiodica (ovvero varia con periodi diversi) il che provoca che la curva di luce cambia in continuazione di forma.

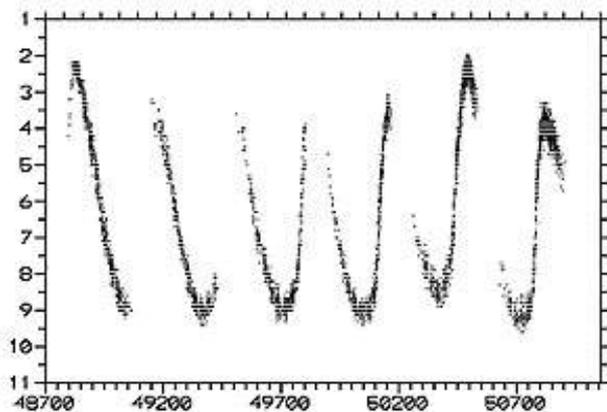


TIPO MIRA CETI

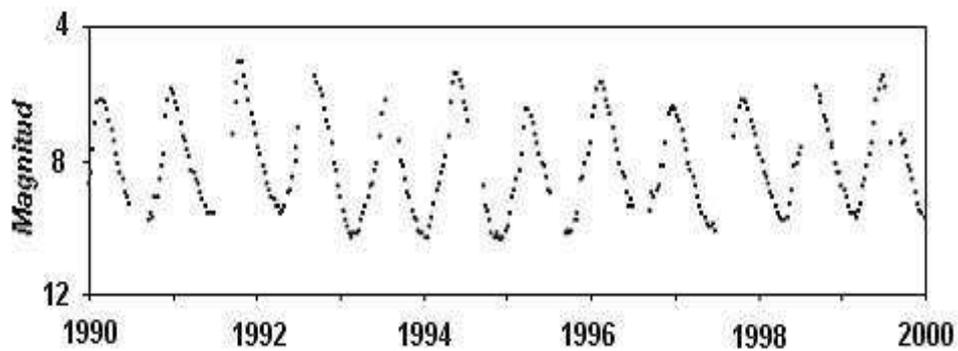
Le variabili del tipo Mira Ceti (Omicron Ceti) sono stelle giganti aventi un lungo periodo di variazione e una classe spettrale avanzata (Me, Ce, Se), con righe di emissione caratteristiche e un'ampiezza di variazione compresa tra le 2.5 e le 11 magnitudini. La loro periodicità è molto chiara e i periodi di variazione si distribuiscono tra gli 80 e i 1000 giorni. L'ampiezza di variazione nell'infrarosso non è importante potendo arrivare a essere inferiore alle 2.5 magnitudini. Per esempio nella banda K non superano le 0.9 mag. Se l'ampiezza di variazione luminosa è compresa tra 1 e 2.5 magnitudini ma non si è sicuri che superi le 2.5 magnitudini vengono aggiunti al classico simbolo M due punti (M:), oppure la stella viene classificata come una SR sempre seguita dai due punti. La relazione periodo luminosità delle stelle variabili del tipo Mira è inversa rispetto alle Cefeidi; la magnitudine decresce all'aumentare del periodo.



Posizione delle variabili del tipo Mira nel diagramma H-R. Esse si collocano vicino alle altre variabili rosse a lungo periodo e alle Semiregolari.



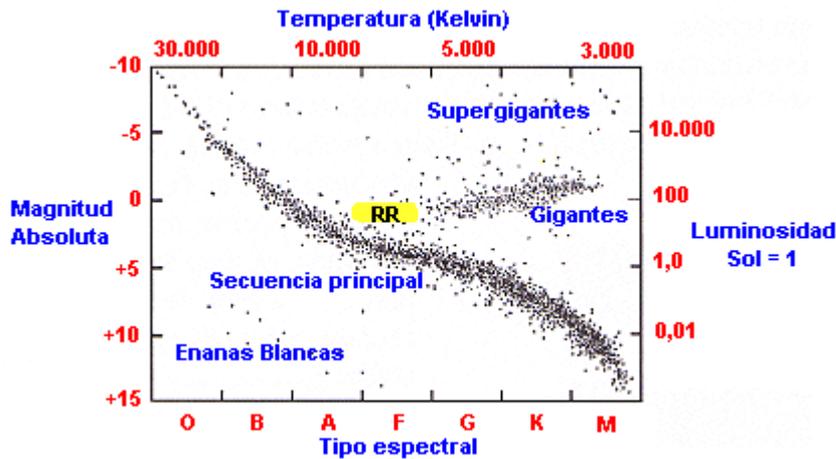
Curva di luce di Mira Ceti, il prototipo di questa classe di variabili. (AAVSO)



10 anni di osservazioni di R Leo (AAVSO)

TIPO RR LYRAE

Le variabili del tipo RR Lyrae sono stelle aventi una classe spettrale A o F che mostrano pulsazioni radiali con periodi che variano tra i 0.2 e 1.2 giorni e un'ampiezza compresa tra 0.2 e 2 magnitudini. Si sono osservati casi in cui la curva di luce è cambiata così come il periodo di variazione. Se questi cambi sono periodici sono denominati "effetto Blazhko"

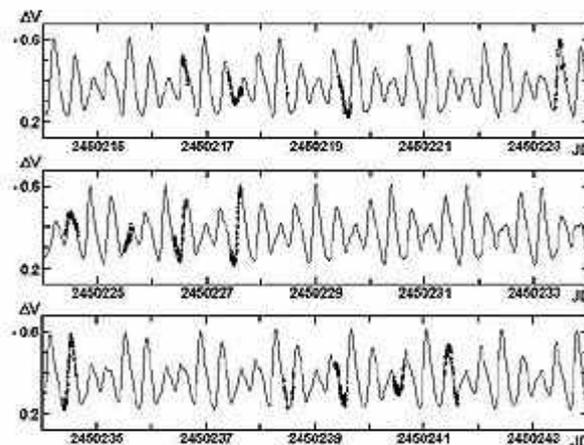


Posizione delle RR Lyrae nel diagramma H-R.

Tradizionalmente si denominano RR Lyrae anche le Cefeidi a corto periodo e le stelle variabili degli ammassi. La maggior parte di queste variabili appartengono all'alone sferico della nostra Galassia; Sono presenti anche negli ammassi globulari. Come per le Cefeidi, la velocità massima di espansione degli strati superficiali corrisponde alla massima luminosità della stella.

RR(B)

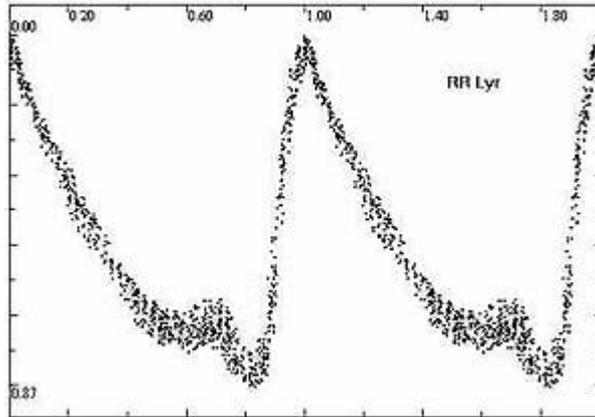
Sono variabili del tipo RR Lyrae che mostrano due modi distinti di pulsazione identici, il fondamentale con un periodo P_0 e un primo armonico P_1 (AQ Leo, V2493 Oph). La relazione P_0/P_1 è prossima a 0.745. Gli specialisti di queste variabili denominano questo particolare sottogruppo come Rrd e non con la nomenclatura del GCVS. Sebbene queste variabili siano abbondanti negli ammassi globulari e in alcune piccole galassie del gruppo Locale sembrano essere abbastanza rare nella nostra Galassia. A dimostrazione di questo basti ricordare che tra il 1996 e il 1997 il GEA scoprì la 4° e la 5° stella appartenenti a questo gruppo.



V2483 Oph scoperta da E.Garcia

RRAB

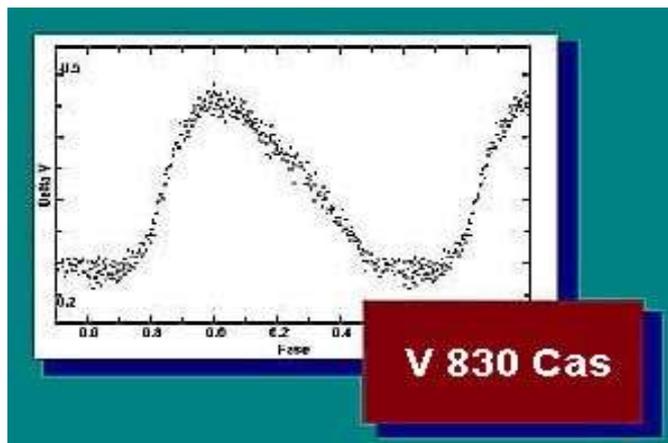
Si tratta di variabili del tipo RR Lyrae aventi una curva di luce asimmetrica, un ramo ascendente rapido, con periodi compresi tra i 0.3 e 1.2 giorni e un'ampiezza compresa tra le 0.5 e le 2 magnitudini. RR Lyrae è il prototipo delle variabili di questo sottogruppo la quale mostra una curva di luce asimmetrica caratterizzata da una rapida salita di magnitudine e una lenta discesa. Mostra un periodo di 0.5668 giorni modulato a causa del fenomeno detto effetto Blazhko che consiste in una specie di onda che ricorre ogni 40.8 giorni facendo cambiare l'ampiezza di variazione della variabile. Si ignora la causa che provoca questo fenomeno che è presente anche in altre RR Lyrae anche se in numero limitato.



Curva di luce di RR Lyrae ottenuta con un fotometro dal GEA nel 1984

RRC

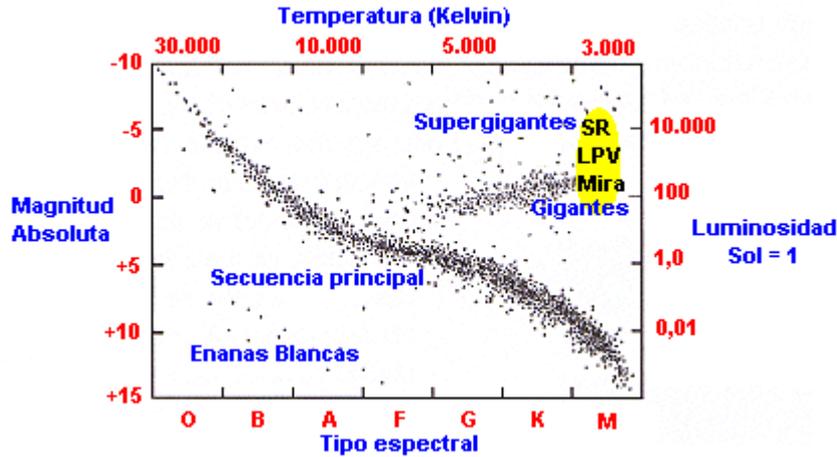
Le variabili del tipo RRC sono caratterizzate da una curva di luce quasi simmetrica, spesso sinusoidale con periodi compresi tra i 0.2 e i 0.5 giorni e ampiezze che non superano le 0.8 magnitudini (SX Uma)



V830 Cas una tipica RRC

TIPO SEMIREGOLARI

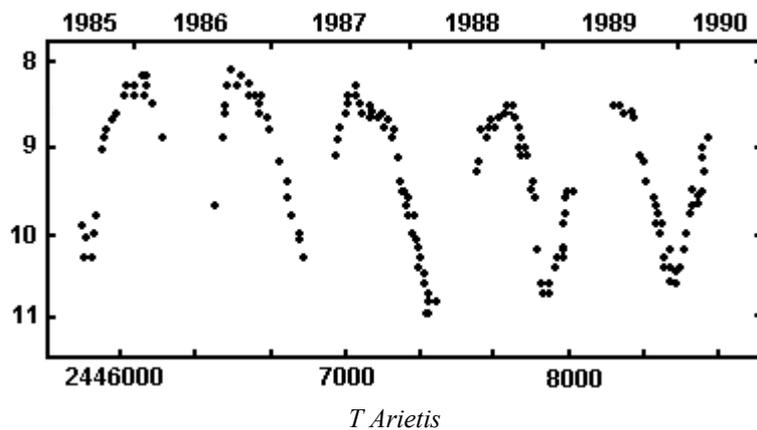
Le variabili SR (semiregolari) sono giganti o supergiganti di tipo spettrale intermedio o avanzato che mostrano una certa periodicità nella loro variazione luminosa, accompagnata o a volte interrotta da diverse irregolarità. I periodi vanno dai 20 ai 2000 giorni o più; la forma della curva di luce è diversa da variabile a variabile con ampiezze che vanno da pochi centesimi ad alcune magnitudini (in generale 1 o 2).



Posizione delle SR nel diagramma H-R

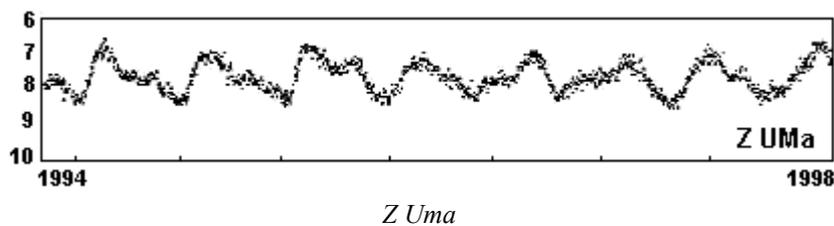
SRA

Sono variabili semiregolari di tipo spettrale avanzato (M, C, S o Me, Ce, Se), giganti aventi una periodicità piuttosto marcata, generalmente con ampiezze inferiori alle 2.5 magnitudini (Z Aqr). Il periodo di variazione si situa tra i 50 e i 1200 giorni. Molte di queste variabili differiscono dalle Mira solo per un'ampiezza inferiore di variazione luminosa.

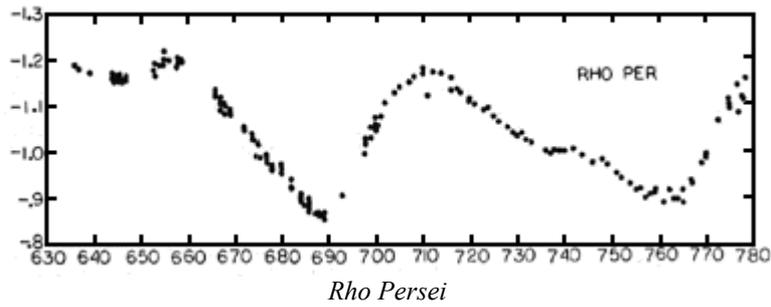


SRB

Le variabili SRB sono, come le SRA, di tipo spettrale avanzato (M, C, o S); sono anch'esse delle giganti ma mostrano una periodicità poco marcata (ciclo medio da 20 a 2300 giorni) oppure mostrano variazioni alternate con altre irregolari. A volte sono stato notati periodi di quiete nei quali la stella non varia la propria luminosità.

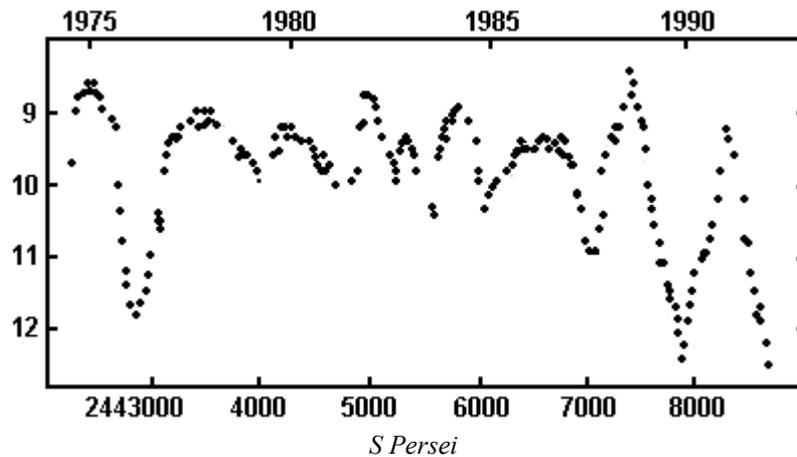


In generale a ogni stella di questo gruppo si può attribuire un periodo medio che è il valore che figura nel catalogo del GCVS. In numerosi casi si osservano la presenza di due o più periodi.



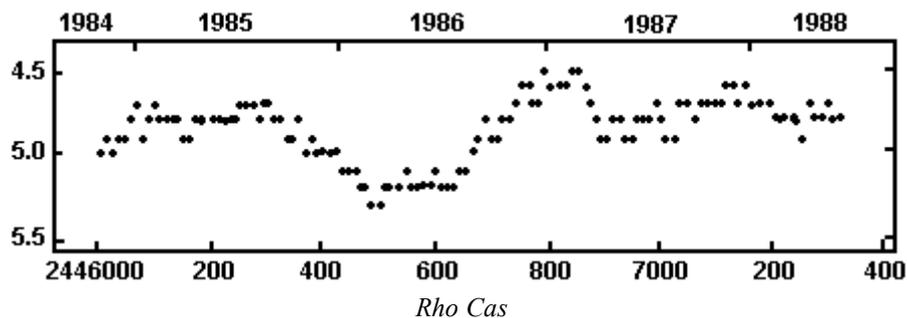
SRC

Sono sempre variabili semiregolari di tipo spettrale avanzato (M, C o S) però supergiganti (Nu Cep). L'ampiezza di variazione luminosa è dell'ordine di 1 magnitudine con un periodo che va da 30 a varie migliaia di giorni.



SRD

Queste variabili semiregolari sono delle giganti o supergiganti di tipo spettrale F, G o K a volte con righe di emissione nello spettro. L'ampiezza va da 0.1 a 4 magnitudini e i periodi variano da 30 a 1100 giorni (SX Her, SV Uma).



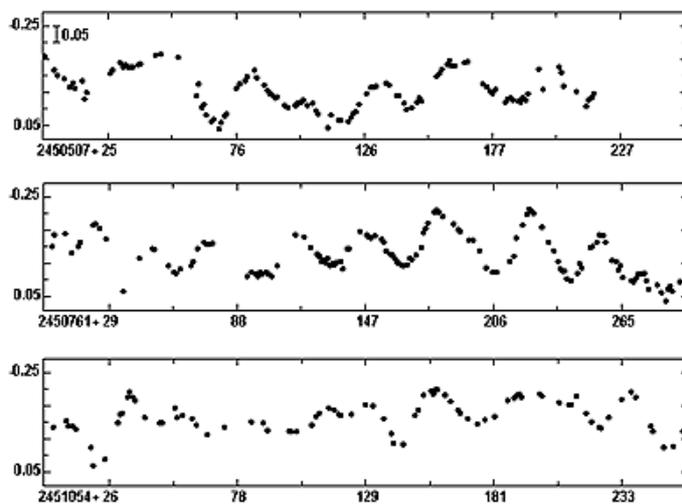
SRS

Nuovo tipo introdotto nel *The 76th Name-List of Variable Star* (2001). Si tratta di semiregolari rosse di corto periodo (da alcuni giorni a un mese). La stella variabile prototipo di questo sottotipo è AU Arietis.

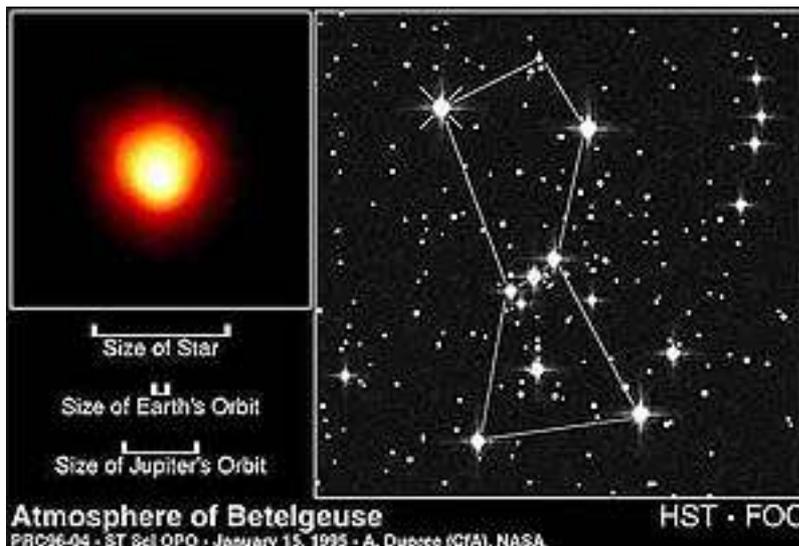
SARV

Non si tratta di un tipo di variabile catalogato nel GCVS. Senz'ombra di dubbio il moderno utilizzo delle camere CCD ha facilitato la scoperta di variabili Semiregoalri di bassa ampiezza e corti periodi. Il termine SARV (Small Amplitude Red Variable), fu introdotto da Percy e si caratterizzano per essere delle giganti di tipo spettrale M che pulsano con bassa ampiezza (<2.5 mag.) e periodi che variano da 20 a 200 giorni. Queste variabili sono considerate parte di una sequenza di stelle rosse che si estendono dalle Sigma Librae (variabili aventi periodi compresi tra 10 e 20 giorni e ampiezze superiori a 0.1 mag.) fino alle Mira. Lungo questa sequenza di stelle rosse la incidenza di variabilità, il periodo e l'ampiezza di variazione tendono a incrementarsi quanto più avanzato è il tipo spettrale della stella.

Variabili di questo gruppo sono scoperte con una certa frequenza dal GEA. Lo studio di diverse SARV ha portato a costruire un modello: presenza di tre periodi generalmente compresi tra i 25 e i 60 giorni e una modulazione molto lunga sopra i 450 giorni. I corti periodi non sono stabili nel tempo e spesso si hanno variazioni. L'ampiezza massima di variazione non supera le 0.3 mag. e la maggior parte del tempo oscilla tra 0.1 e 0.2 mag.

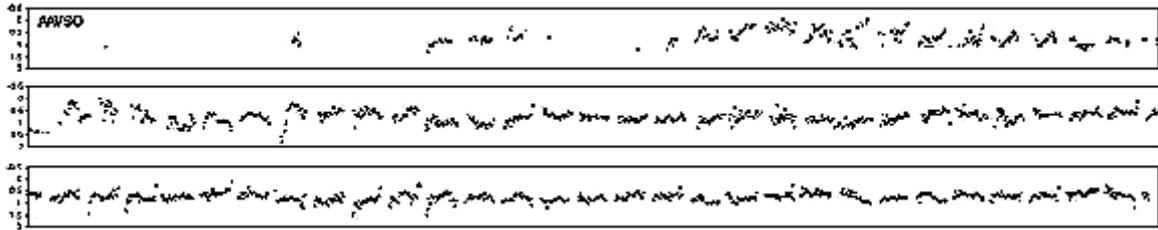


Curva di luce di una SARV scoperta in maniera indipendente dal satellite Hipparcos e dal GEA che la osservò per tre anni. Pulsa con un doppio periodo di 38.7 e 25 giorni.



La SR più brillante del cielo è Betelgeuse o Alpha Orionis che varia presumibilmente con un periodo di 5.7 anni ma si sono individuati altri due periodi interessanti di 300 e 150 giorni. Betelgeuse appartiene al sottogruppo delle Src al quale appartengono anche Alfa Scuti e Alfa Her. Nell'immagine è rappresentata la stella Alpha Orionis ripresa con il telescopio spaziale Hubble.

Le dimensioni di questa stella sono così grandi che è stato possibile riprendere, grazie al telescopio spaziale Hubble, il disco dell'astro e si è calcolato che la temperatura della superficie stellare è circa 2000 gradi superiore alla fotosfera circostante.



Curva di luce di Betelgeuse dal 1911 al 2001 (AAVSO) ove si nota molto bene la variazione a lungo periodo di questa variabile

TIPO ZZ CET

Le variabili del tipo ZZ Cet sono delle nane bianche aventi pulsazioni non radiali, presentato un periodo di variazione compreso tra i 30 secondi e i 25 minuti e un'ampiezza di variazione da 0.001 a 0.2 mag. V. In generale queste variabili mostrano vari periodi di variazione e saltuariamente possono avere dei “flares” dell'ampiezza anche di una magnitudine. Questi flares sono spiegati dalla presenza di una stella compagna variabile del tipo UV Cet.

ZZA

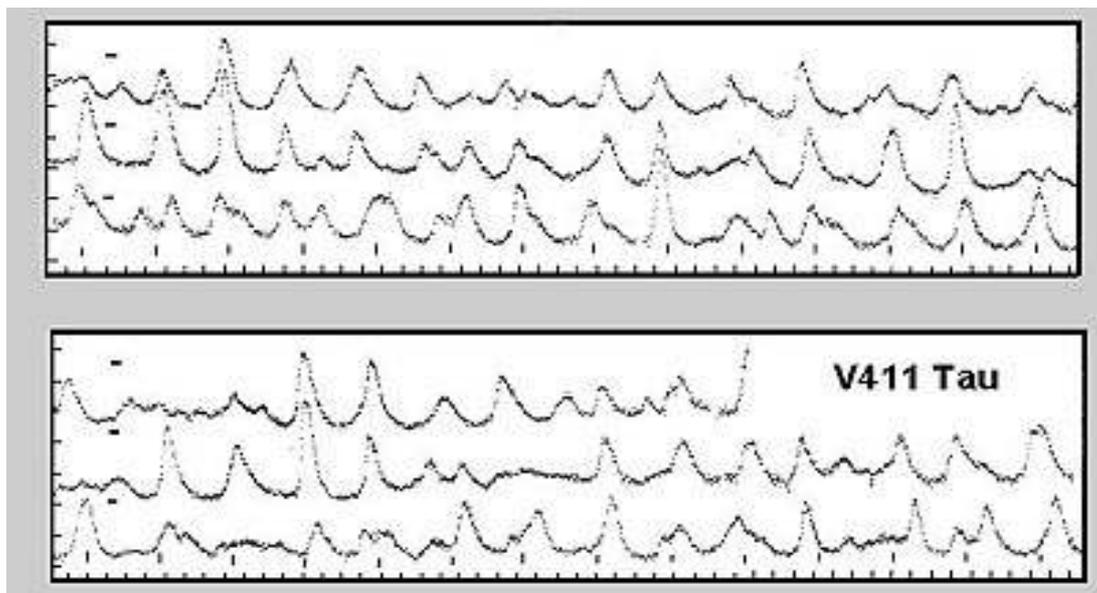
Sono stelle formate principalmente da idrogeno di classe spettrale DA e mostrano nel loro spettro unicamente righe di assorbimento dell'idrogeno.

ZZB

Sono stelle di elio del tipo spettrale DB e mostrano nel loro spettro unicamente righe di assorbimento dell'elio.

ZZ0

In queste variabili si apprezza nel loro spettro la presenza di righe di He II e C IV.

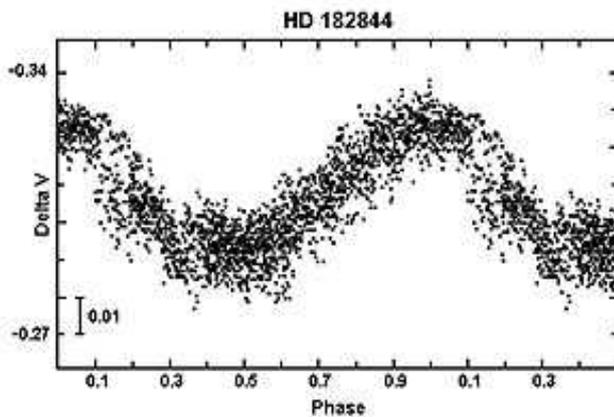


Curva di luce di V411 Tau ottenuta dal GEA nel 1970

TIPO 53 PER

Il concetto di questo tipo di variabili fu introdotto nel 1972 da Buta e Smith per stelle di tipo spettrale compreso tra O8 e B8 con periodi dell'ordine di un giorno, troppo grande per essere associate alle variabili del tipo Beta Cep. Tuttavia questa sottoclasse non è riconosciuta dal GCVS che continua a classificare queste variabili come del tipo Beta Cep. Altri nomi con cui si conoscono queste variabili sono: “mid-B-variables” e “slowly pulsating B variables” o SPBs.

Mostrano basse ampiezze di variazione (centesimi di magnitudine) e periodi compresi tra i 0.6 e 1.4 giorni. Spesso queste stelle mostrano multiperiodi di ampiezza molto simile e visibili solo con osservazioni a lungo termine.



HD 182844 (V1539 Aql) è una stella di magnitudine 9 e spettro B8-B9 candidata a essere classificata come una 53 Per. Si tratta di una variabile regolare con una ampiezza di solo 0.033 mag e un periodo di 23 ore. Il tipo di variabilità non è ancora ben conosciuto anche se è probabile che sia una variabile lenta azzurra del tipo 53 Per e come tale è stata catalogata. La variabile fu scoperta casualmente da J.M Gomez.

11.3 VARIABILI DI ROTAZIONE

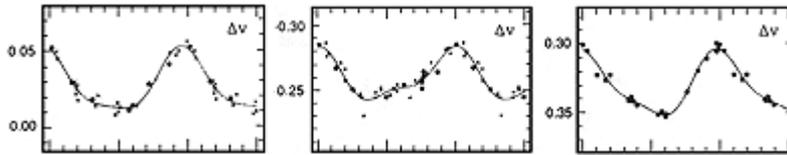
Si chiamano variabili di rotazione (o rotative) le stelle che hanno una forma ellissoidale o che mostrano una luminosità superficiale non uniforme. La variabilità di queste stelle è causata dalla rotazione assiale rispetto all'osservatore. La non uniformità della luminosità superficiale può essere causata dalla presenza di macchie nella fotosfera o da disomogeneità termiche o chimiche sempre della fotosfera stellare causate dal campo magnetico il cui asse non corrisponde con l'asse di rotazione della stella.

Queste variabili sono divise nel seguente modo:

| | |
|--------------------------------|--------------------------|
| ALPHA CANES VENATICORUM | BY DRACONIS |
| ELL | FK COMA BERENICES |
| PULSAR | SX ARIETIS |

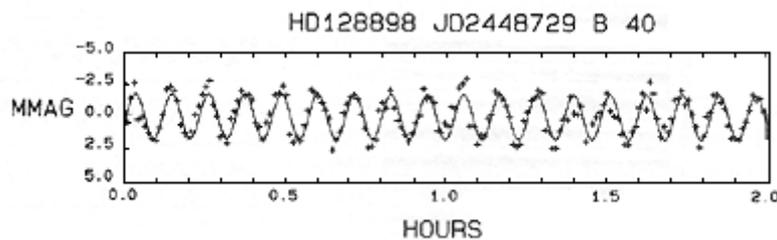
TIPO ALPHA CANES VENATICORUM

Le variabili del tipo Alpha Canes Venaticorum sono stelle della sequenza principale appartenenti al tipo spettrale dal B8p al A7p con forti campi magnetici. Negli spettri di queste variabili si possono registrare righe particolarmente marcate del silicio, stronzio, cromo e terre rare, che cambiano di intensità con il periodo della stella, il variare del campo magnetico e dell'ampiezza luminosa. La variazione luminosa di queste stelle è generalmente compresa tra 0.01 e 0.1 mag V e i periodi compresi tra 0.5 e 160 giorni.



ACV0

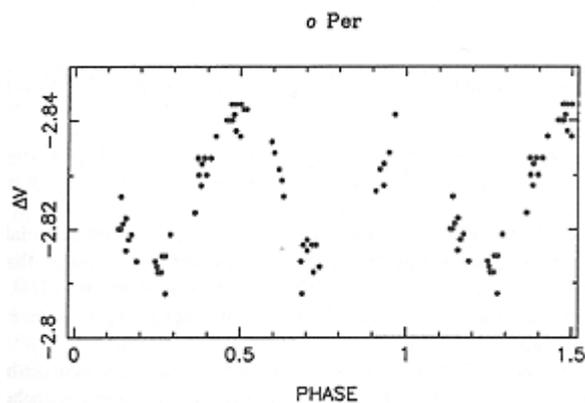
E' una variabile del tipo ACV di corto periodo con pulsazioni non radiali, in rotazione con il campo magnetico, di tipo spettrale Ap (DO Eri). I periodi di variazione vanno dai 6 ai 12 minuti (0.004 e 0.01 giorni) e la variazione luminosa causata dalle pulsazioni si colloca attorno alle 0.01 mag V.



HD 128898 (Alfa Cir) è una Ap di rapida rotazione (roAp). Osservazioni di Kurtz et al. 1993

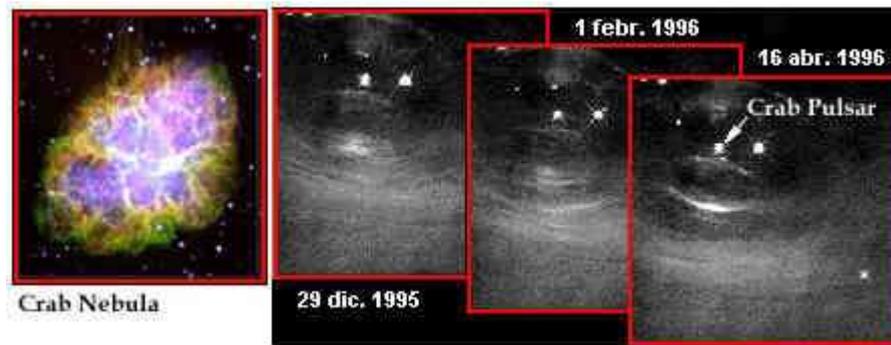
ELL (tipo ellissoidale)

Le variabili del tipo ellissoidali (o Per, Alpha Vir) sono sistemi binari con le componenti ellissoidali molto vicine la cui luminosità varia con lo stesso periodo del movimento orbitale in ragione della diversa area ellissoidale orientata verso l'osservatore però senza eclisse. L'ampiezza luminosa non supera le 0.1 magn V.



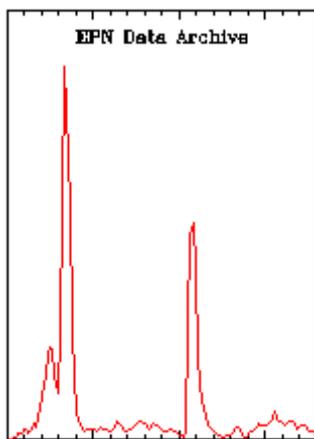
O Per è una ellissoidale con periodo di 4,419 giorni

TIPO PULSAR

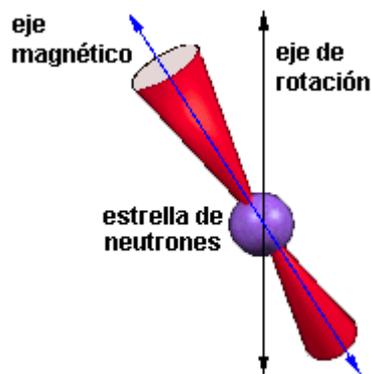


Variatione luminosa della pulsar contenuta nella Crab Nebula del Toro

Le variabili PSR sono stelle pulsanti otticamente variabili (CM tau), stelle di neutroni in rapidissima rotazione con imponenti campi magnetici che irradiano nelle onde radio, nell'ottico e nei raggi X. Le variazioni luminose coincidono con il periodo di rotazione (0.001 a 4 secondi) mentre l'ampiezza luminosa può arrivare a 0.8 mag V.

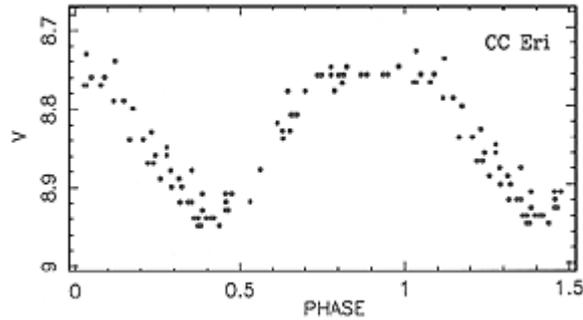


Pulsar in M1, registrazione di una pulsazione



TIPO BY DRACONIS

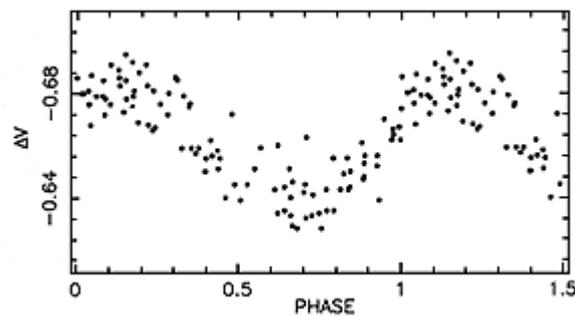
Sono denominate variabili del tipo DY Dra le stelle nane che hanno una classe spettrale compresa tra dG e dMe che mostrano una variazione luminosa in un periodo compreso tra qualche frazione di giorno e 120 giorni e variazioni luminose che possono arrivare a 0.5 mag V. La variazione luminosa è causata dalla rotazione assiale della stella, dalla sua non omogeneità superficiale (macchie) e dall'attività cromosferica. Alcune di queste stelle mostrano “flares” simili a quelli delle UV Cet e, in questo caso, sono ugualmente classificate come rotative ed eruttive.



CC Eri è una DY Dra con un periodo di 1,5615 giorni

TIPO FK COMA BERENICES

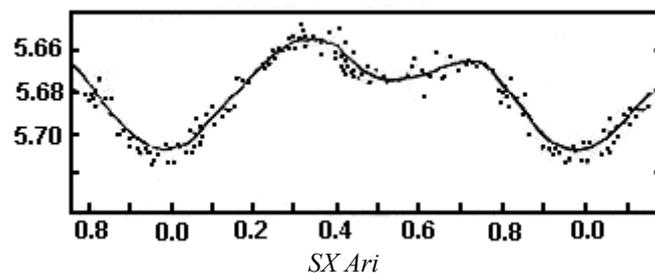
Le variabili del tipo FK Coma Berenices sono giganti in rapida rotazione con una luminosità superficiale non uniforme per la presenza di macchie in uno dei loro emisferi e aventi classe spettrale G e K con ampie righe di emissione di H, K, e CaII. A volte si tratta di sistemi binari spettroscopici. Il periodo di variazione luminosa (di vari giorni) coincide con il periodo di rotazione arrivando ad avere una ampiezza luminosa di qualche decimo di magnitudine. In vari casi (come in FK Com) non si può scartare l'idea che queste variabili siano il prodotto dell'evoluzione di sistemi binari molto vicini tipo EW (W Uma).



Curva di luce di OU And, una FK Com con un periodo di 22,5 giorni (Boyd et al. 1990)

TIPO SX ARIETIS

Le variabili del tipo SX Ari sono stelle della sequenza principale del tipo spettrale compreso tra B9p e F9p che presentano un'intensa variabilità nelle righe HeI e Si II dovuta alla variazione del campo magnetico. In alcune occasioni esse sono nominate anche come variabili di elio. I periodi di variazione luminosa e del campo magnetico (dell'ordine di 1 giorno) coincidono con i periodi di rotazione. L'ampiezza della variazione luminosa è dell'ordine di 0.1 mag V. Sono stelle che hanno una elevata temperatura luminosa simile alle ACV.



11.4 VARIABILI CATACLISMATICHE

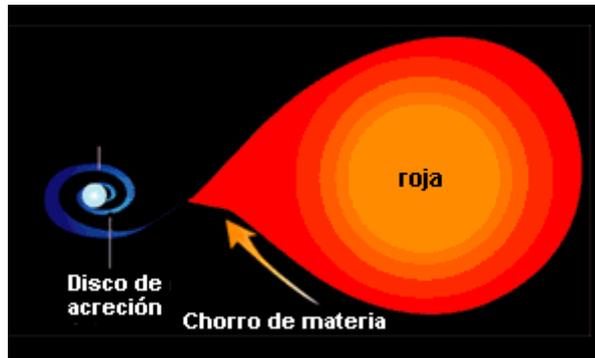
Sono denominate variabili cataclismatiche o esplosive, quelle stelle che mostrano esplosioni causate da reazioni termonucleari sia in superficie (tipo novae) sia nel nucleo (tiposupernovae). Utilizzeremo il termine “nova-like” per quelle stelle che mostrano le stesse peculiarità esplosive delle novae dovute a una rapida liberazione di energia verso lo spazio circostante e per quegli oggetti che non mostrano crisi esplosive ma che possono essere assimilati alle novae perlomeno per alcune caratteristiche spettrali o per altri motivi. La stragrande maggioranza delle stelle cataclismatiche sono sistemi binari vicini le cui componenti sono fortemente sottoposte al campo gravitazionale della compagna e allo stato evolutivo. Spesso si nota attorno alla nana bianca un caldo disco di accrescimento proveniente dalla stella compagna.

Per queste variabili si è stabilito la seguente suddivisione:

| | |
|--------------------|---------------------|
| NOVAE | SUPERNOVAE |
| U GEMINORUM | Z ANDROMEDAE |

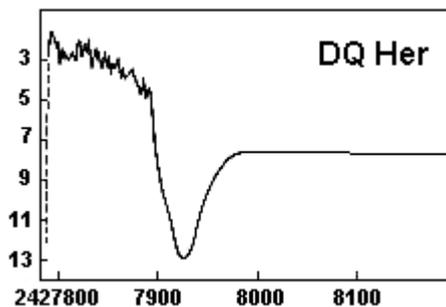
TIPO NOVAE

Le novae sono sistemi binari molto vicini con periodi orbitali che variano tra 0.05 e 230 giorni. Una delle componenti di questo sistema è una stella nana molto calda che, repentinamente, durante un intervallo di tempo che va da alcuni giorni a diverse migliaia di giorni, incrementa la sua luminosità da 7 a 19 mag V. Poi nel giro di alcuni mesi, anni o decenni ritorna alla magnitudine iniziale.



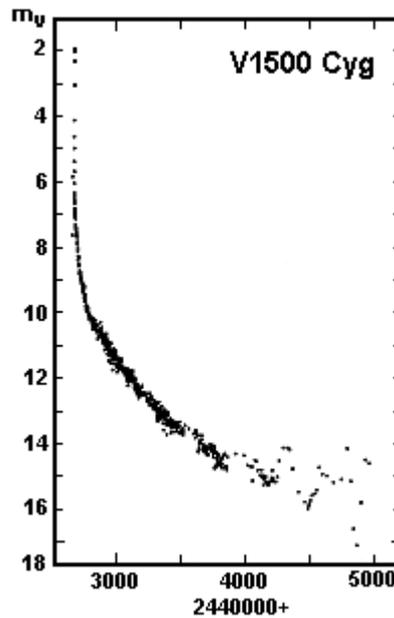
Una novae solitamente è formata da un sistema binario molto stretto avente come componenti una nana bianca molto massiccia e una stella rossa anche se non sono esclusi altri sistemi con stelle di diverso grado evolutivo. Attorno alla nana bianca esiste un disco di accrescimento formato dalla materia "rubata" alla compagna rossa. Questa materia girando a spirale attorno alla nana bianca tende a cadere verso la sua superficie a causa dell'intensa forza gravitazionale. Quando questa materia raggiunge un livello critico si innesca una esplosione che tende a spazzare via gli strati esterni. Questo processo si ripete nell'arco di centinaia di giorni o anni.

Durante la fase di minimo si possono presentare lievi variazioni di luminosità. La stella più fredda può essere una gigante, una supergigante o una nana di classe spettrale compresa tra A e F. Durante le esplosioni possono apparire nello spettro del sistema intense righe di emissione di idrogeno, elio o altri elementi che provano la presenza di un guscio in rapida espansione. Durante il minimo le novae mostrano spettri continui o simili alle stelle del tipo Wolf-Rayet. Alcune novae mostrano, dopo la fase di crisi, pulsazioni con un periodo dell'ordine dei 100 secondi e una variazione luminosa dell'ordine dei 0.05 mag. Esse si convertono così in sistemi eclissanti.

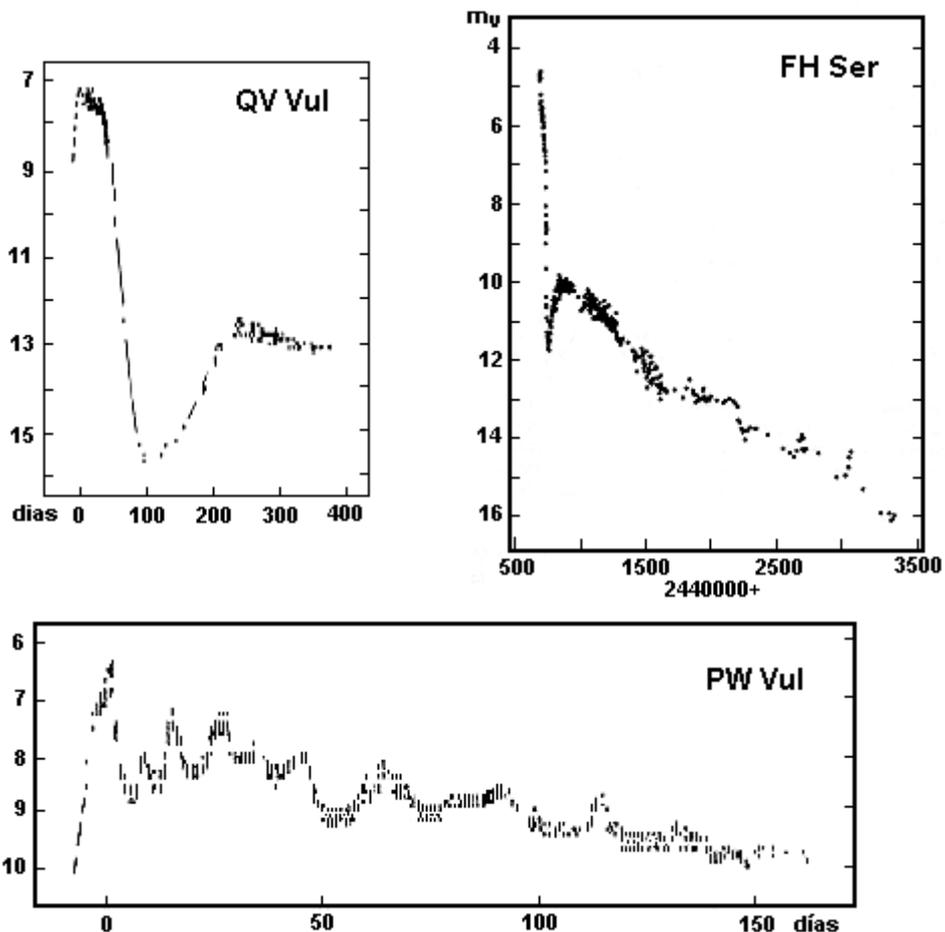


DQ Dra, eclisse nel minimo

Dopo la fase di massimo la novae perde luminosità rapidamente al principio per poi rallentare (V1500 Cyg, nova 1975).



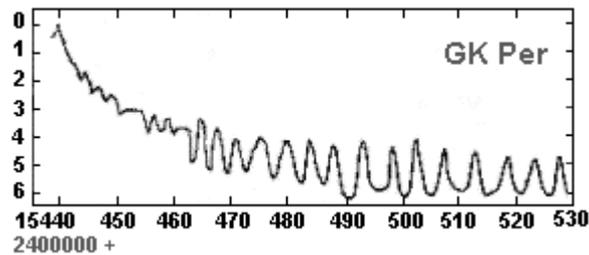
Può altresì seguire un massimo secondario (QV Vul, nova 1987) o un periodo di oscillazione più o meno rapido e pronunciato (PW Vul, novae1984/1)



A seconda della velocità con la quale la stella perde luminosità dopo il massimo, le novae sono state suddivise in rapide (NA), lente (NB), molto lente (NC) e ricorrenti (NR).

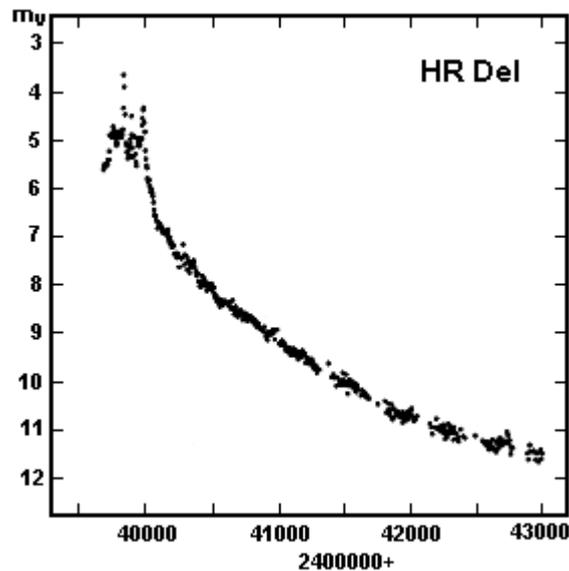
NA

Le novae rapide mostrano un incremento di luminosità rapido seguito, dopo il massimo, da una perdita di luminosità pari a 3 magnitudini ogni 100 giorni o meno. (GK Per, V1668 Cyg).



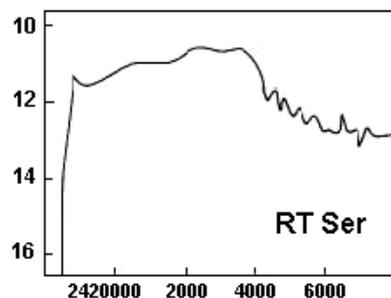
NB

Le novae lente perdono mediamente 3 magnitudini ogni 150 giorni o più (RR Pic). In questo caso non si tiene conto dei cosiddetti “buchi” ben visibili nelle curve di luce di DQ Her e T Aur. La velocità di caduta di luce viene calcolata interpolando la curva come fosse costante senza alterazioni (HR Del)

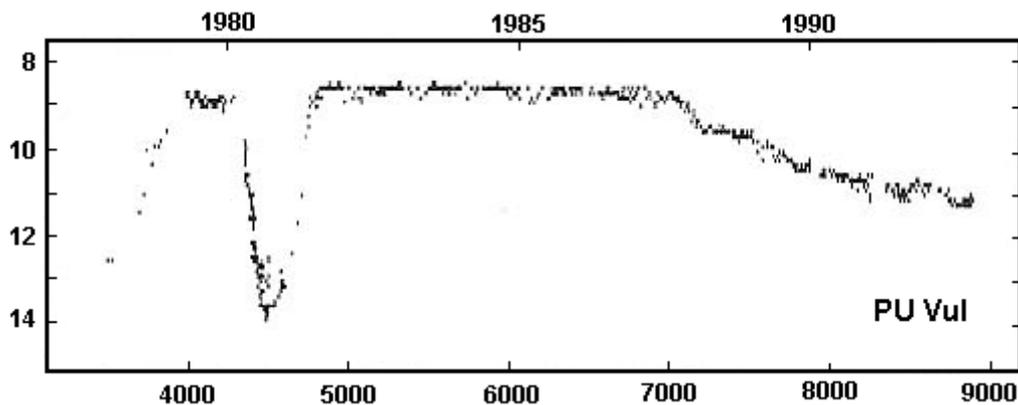


NC

Le novae denominate molto lente si mantengono nella fase di massimo per parecchi decenni e perdono luminosità in maniera lenta e costante. A volte queste stelle mostrano fluttuazioni superiori a 1 o 2 magnitudini (RR Tel) prima della crisi. La componente fredda di questi sistemi è una gigante o una supergigante e, in alcuni casi, si tratta di variabili semiregolari o Mira.

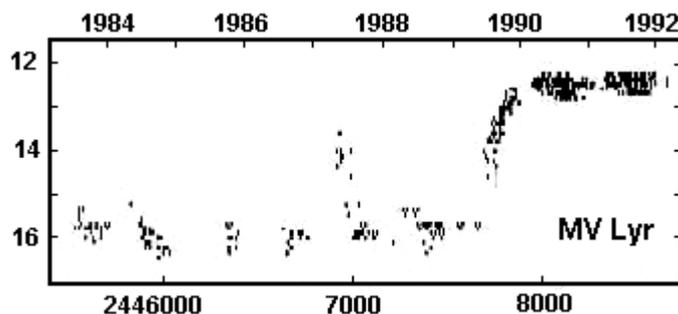


La variazione luminosa durante la fase di crisi può superare le 10 magnitudini e spesso si notano righe di emissione simili a quelle registrate nelle nebulose planetarie ed è per questo che non si può escludere che queste variabili siano l'anticamera della formazione di tali corpi celesti come PU Vul.



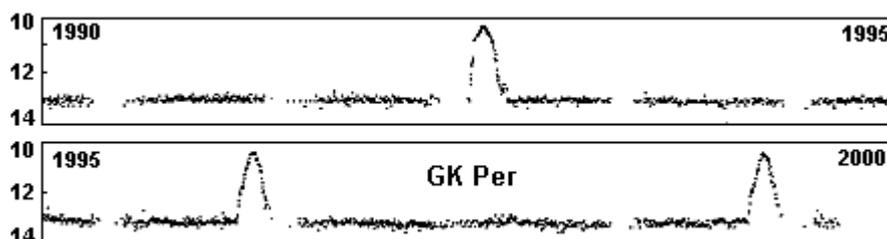
NL

Sono denominate “nova-like” quegli oggetti scarsamente studiati che mostrano le stesse caratteristiche della curva di luce delle novae. Gli spettri di queste variabili sono simili a quelli delle novae vecchie durante la fase di minimo. Molto spesso succede che stelle classificate come NL siano riclassificate sotto un'altra categoria una volta eseguite accurate campagne di studio.



NR

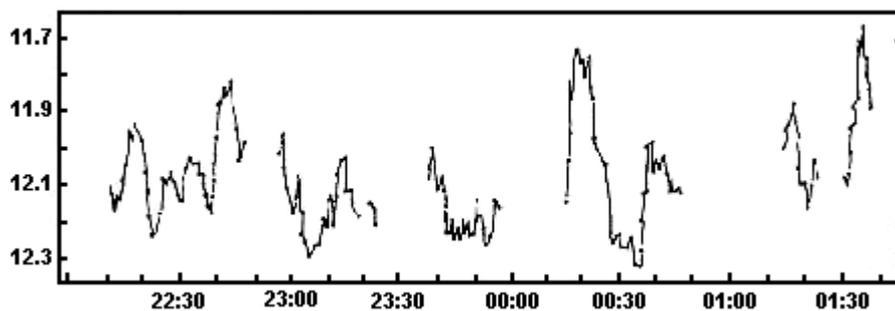
Le novae ricorrenti si differenziano dalle novae comuni per il semplice fatto che è stato possibile osservare due o più crisi separate da intervalli che variano dai 10 agli 80 anni. Così RS Oph ha fatto registrare eruzioni nel 1901, 1933, 1967, e nel 1985.



RK Per mini eruzioni

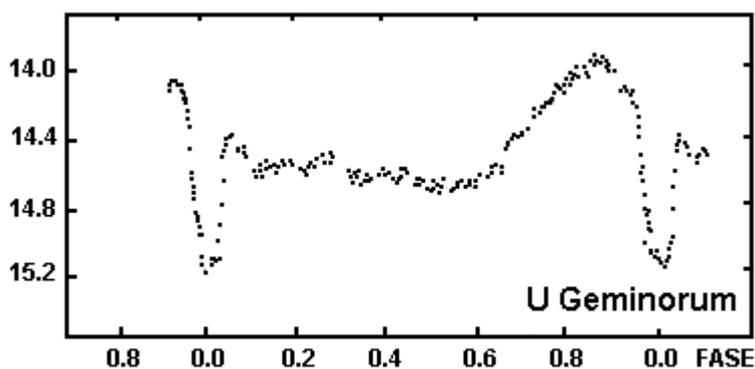
TIPO U GEMINORUM

Le variabili del tipo U Gem sono spesso chiamate novae nane. Si tratta di sistemi binari vicini costituiti da una nana e una subgigante di tipo spettrale K o M. I periodi orbitali variano da 0.05 a 0.5 giorni. Durante la fase di minimo si registrano piccole fluttuazioni di luminosità, generalmente rapide, chiamate “flickering”.



Flickering di SS Cyg al minimo

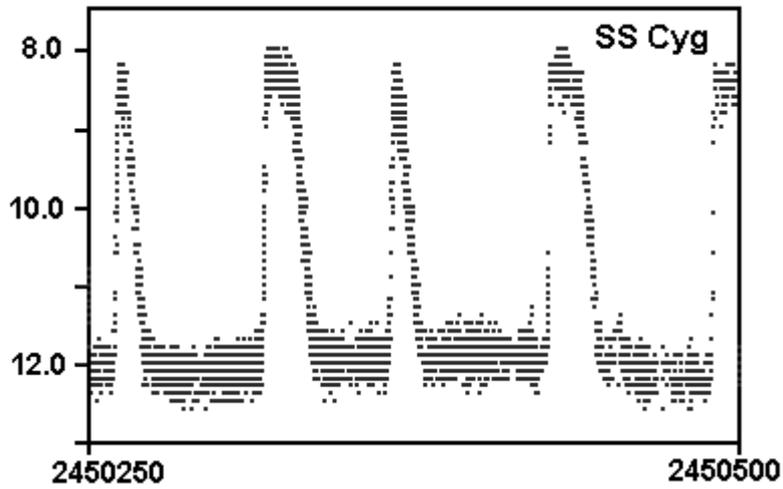
A volte la luminosità della variabile aumenta rapidamente di varie magnitudini e nel giro di uno o due giorni per poi tornare alla magnitudine iniziale. L'intervallo di tempo tra due crisi eruttive può variare moltissimo da stella a stella ma ogni variabile del tipo U Gem tende a caratterizzarsi per un certo valore medio. In linea di principio tanto più lunga è la fase di quiete tra una crisi e l'altra tanto maggiore sarà la differenza tra la magnitudine iniziale e quella massima. Queste stelle tendono altresì ad essere caratterizzate per una forte emissione nei raggi X.



Durante il minimo queste stelle mostrano spettri continui solcati da forti righe di emissione dell'idrogeno e dell'elio. Al massimo queste righe tendono e dissolversi o si trasformano in righe di assorbimento poco profonde. Alcune di queste stelle sono anche eclissanti e si può pensare che il minimo si debba alla presenza di macchie calde che si formano nel disco di accrescimento provocate per l'impatto della corrente gassosa proveniente dalla compagna fredda di tipo spettrale K o M. In funzione della curva di luce le stelle del tipo U Gem possono essere divise in tre sottoclassi: SS Cyg, SU Uma e Z Cam.

UGSS

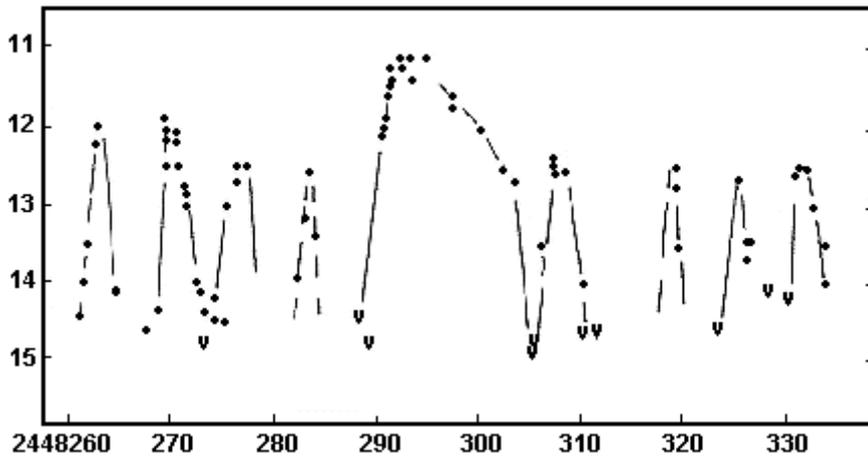
Le variabili del tipo SS Cyg (U Gem) aumentano la propria luminosità da 2 a 6 magnitudini nell'arco di 1 o 2 giorni e ritornano alla magnitudine iniziale nel giro di un giorno. Il ciclo medio varia da alcuni giorni a migliaia di giorni.



SS Cyg fu scoperta nel 1896 da Louisa D.Wells

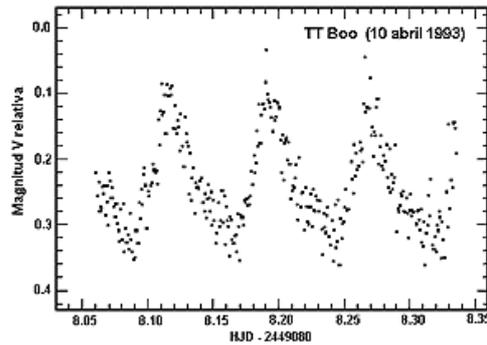
UGSU

Le variabili del tipo SU Uma si caratterizzano per la presenza di due tipi di crisi : normale e supermassimo. Le crisi normali, corte, sono simili a quelle delle variabili del tipo UGSS. Le crisi supermassime superano di 2 magnitudini le crisi normali, sono più di cinque volte più lunghe e tre volte meno frequenti.



Z Cancri

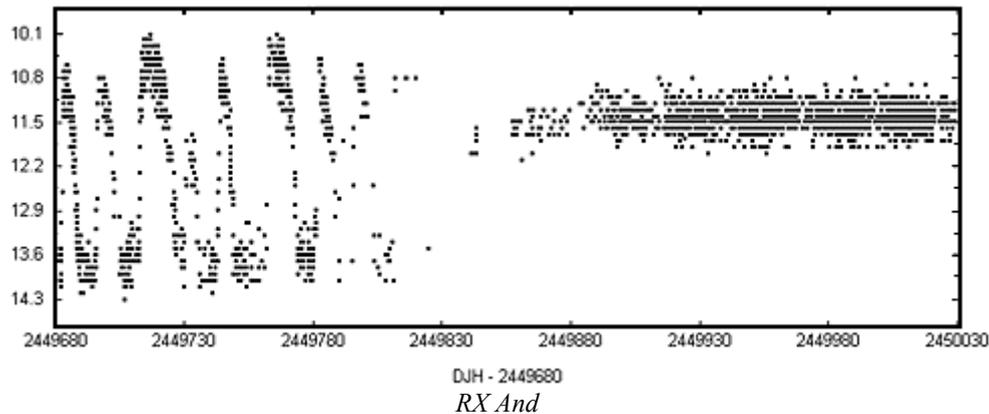
Durante la crisi supermassima queste stelle mostrano oscillazioni periodiche superimposte (superhumps) aventi periodi simili al periodo di rotazione delle componenti e un'oscillazione di 0.2-0.3 magn. I periodi orbitali sono inferiori ai 0.1 giorni.



Superhumps di TT Boo (Kato 1995)

UGZ

Le stelle del tipo Z Cam mostrano periodiche crisi simili alle variabili del tipo UGSS però a volte, dopo una crisi mostrano stati di quiete ad un valore intermedio tra la magnitudine massima e la magnitudine minima. I cicli vanno dai 10 ai 40 giorni e l'ampiezza luminosa varia tra le 2 e le 5 magnitudini.

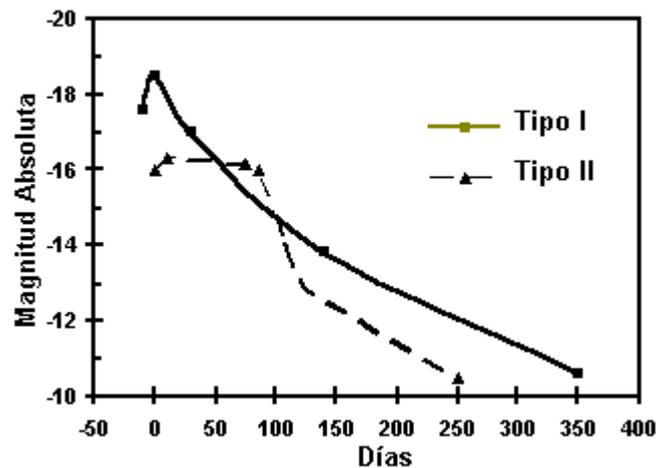


TIPO SUPERNOVAE

Le supernovae (B Cas, CM Tau) sono stelle che durante la crisi aumentano la propria luminosità di 20 magnitudini o più e ritornano alla magnitudine iniziale in maniera lenta. Durante la crisi lo spettro si caratterizza per la presenza di righe di emissione molto marcate, molto maggiori a quelle osservate nelle novae. La velocità di espansione degli strati esterni è di migliaia di chilometri al secondo. La composizione della stella dopo la crisi si modifica completamente. Solitamente al posto della supernovae si osserva una nebulosa in rapida espansione e a volte la presenza di una pulsar.

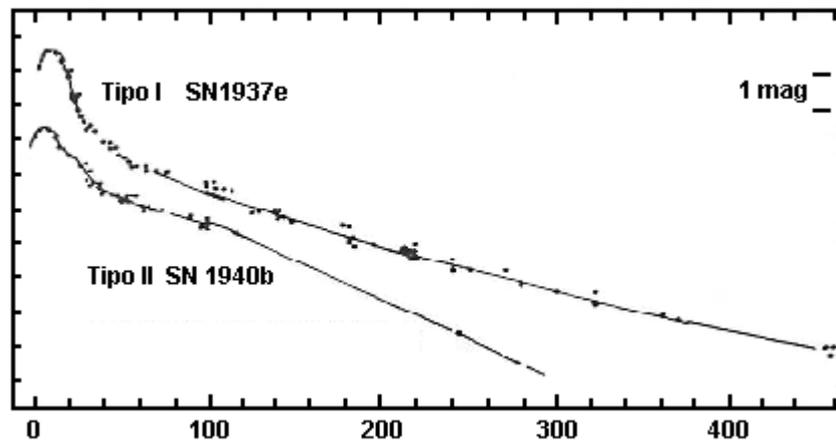


A seconda della curva di luce e delle caratteristiche spettrali le supernovae si dividono nel tipo I e II.



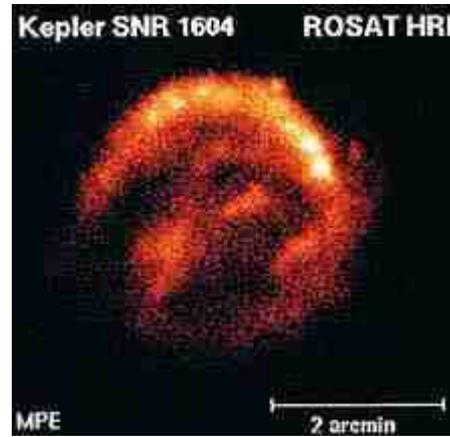
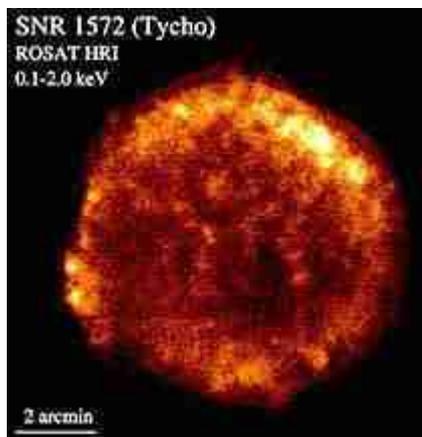
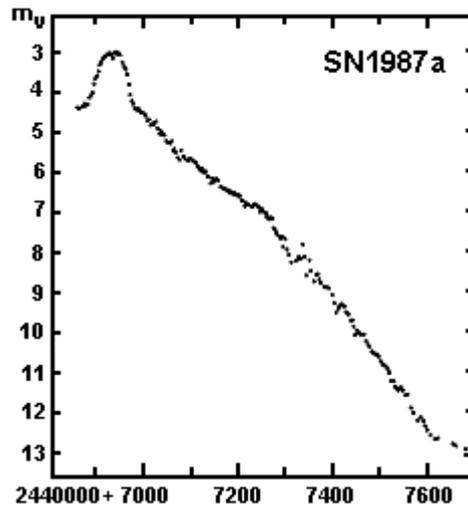
SN I

Le supernovae del tipo I mostrano nello spettro righe di assorbimento del Ca II, Si, ecc.. però non mostrano righe dell'idrogeno. Il guscio in espansione quasi non contiene idrogeno. Da 20 a 30 giorni dopo il massimo la luminosità decresce in ragione di 0.1 magnitudini al giorno dopodichè rallenta fino al valore costante di 0.014 mag al giorno



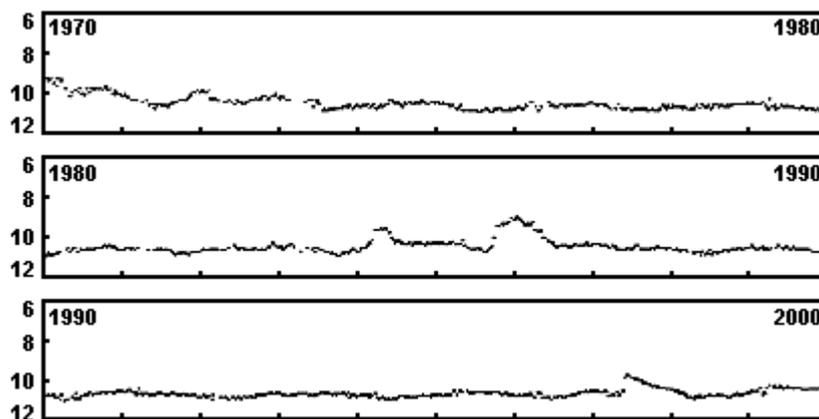
SNII

Lo spettro delle supernovae di tipo II mostrano righe di assorbimento dell'idrogeno così come di altri elementi. Il guscio in espansione è quasi completamente formato da idrogeno ed elio. La curva di luce mostra delle diversità rispetto a quelle delle SNI. In generale da 40 a 100 giorni dopo il massimo la velocità di caduta di luce si approssima a 0.1 mag. al giorno



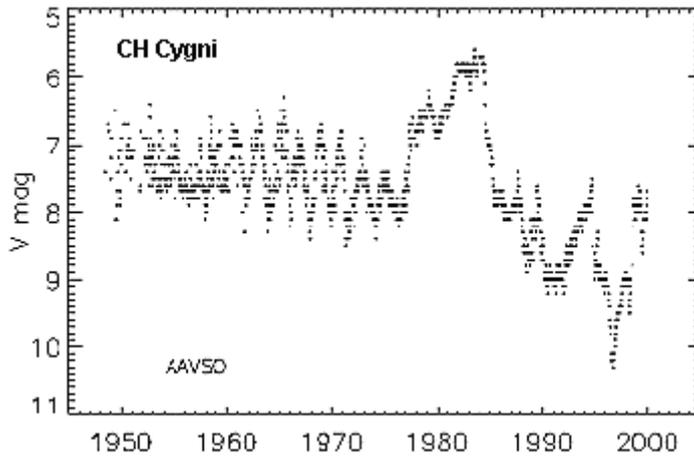
TIPO Z ANDROMEDAE

Le variabili del tipo Z Andromedae sono anche denominate variabili simbiotiche. Si tratta di sistemi binari molto vicini costituiti da una stella calda, una stella di tipo spettrale avanzato e un guscio eccitato dalla stella più calda. La luminosità del sistema varia in maniera irregolare e con una ampiezza che può arrivare a 4 magnitudini. E' un gruppo molto eterogeneo di oggetti.



Z And

Z And fu scoperta nel 1901 da W. Fleming ed è diventata il prototipo di questa classe di stelle variabili essendo anche la più studiata.



Quando Sergei Gaposchkin analizzò la variazione di luce di CH Cyg, partendo dalle lastre fotografiche di Harvard, pensò che si trattasse di una variabile semiregolare rossa. In effetti il suo tipo spettrale era M6-M7 e variava di circa una magnitudine nell'arco di 90-100 giorni. A partire dal 1976 la stella iniziò ad avere un comportamento diverso. Il suo spettro era simile a quello di una calda stella azzurra e iniziò ad aumentare la sua luminosità. Furono identificate anche rapide fluttuazioni più accentuate nell'ultravioletto. Si scoprì quindi che CH Cyg era una stella simbiotica composta da una stella molto calda e da una stella rossa fredda che allo stesso tempo era una variabile semiregolare.

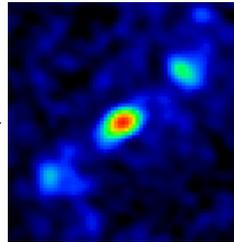
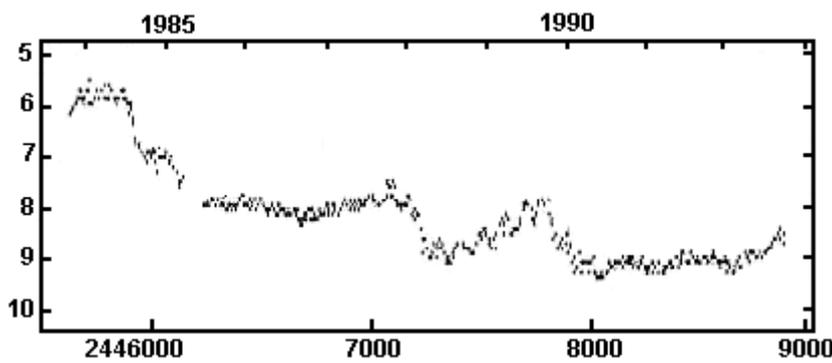
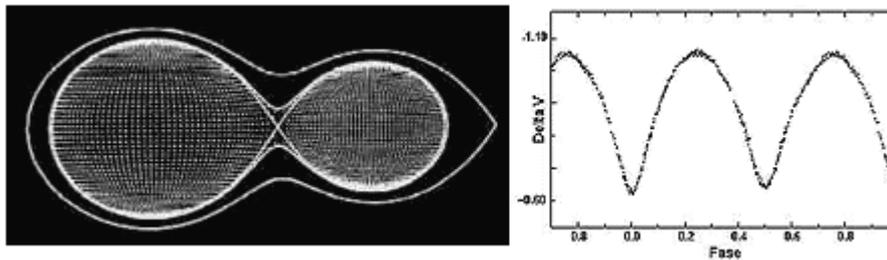


Immagine del VLA della stella CH Cyg nel 1986

11.5 VARIABILI AD ECLISSE



NOTE GENERALI

Si adotta un sistema triplo di classificazione delle stelle variabili ad eclisse in accordo con la curva di luce combinata, le caratteristiche fisiche e lo stadio evolutivo delle componenti. La classificazione in base alla curva di luce è semplice, tradizionale e conveniente per gli osservatori. Gli altri due metodi tengono in considerazione la posizione delle componenti del sistema binario nel grafico H-R e il grado di riempimento dei lobi di Roche interni. Per avere un'idea possiamo classificare le variabili ad eclisse nei seguenti gruppi:

Classificazione basata sulla forma della curva di luce:

tipo E

Classificazione basata sulle caratteristiche fisiche delle componenti del sistema:

tipo GS

tipo PN

tipo RS

tipo WD

tipo WR

Classificazione basata sul grado di riempimento dei lobi di Roche:

tipo AR

tipo D

tipo K

tipo SD

Nota: nella classificazione di una stella variabile ad eclisse si possono utilizzare vari simboli come: E/DM, EA/DS/RS ecc..

Stelle che mostrano eclissi provocate dai loro pianeti:

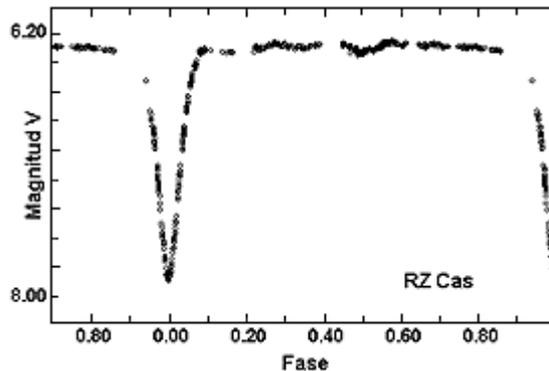
tipo EP

CLASSIFICAZIONE IN BASE ALLA CURVA DI LUCE

Le variabili ad eclisse hanno i piani orbitali che sono prossimi alla linea d'osservazione vista da Terra in maniera tale che un ipotetico osservatore ne veda, in forma periodica, la mutua eclisse delle componenti. In questo caso l'osservatore vede cambiare la luminosità del sistema in ragione del movimento orbitale delle due stelle. La curva di luce può essere rivelatrice per comprendere la natura del sistema

EA

Sono variabili eclissanti del tipo Beta Per denominate anche variabili del tipo Algol. Si tratta di variabili eclissanti con componenti sferiche o leggermente ellittiche. Nella curva di luce si può stabilire in maniera netta l'inizio e la fine delle eclissi. Tra le fasi di eclisse la magnitudine rimane costante o varia leggermente a causa di effetti di riflessione, di una leggera ellitticità delle componenti o variazioni fisiche. Il minimo secondario può non essere visibile.

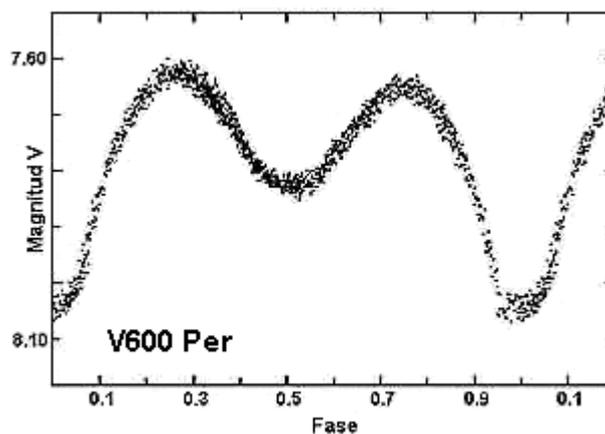


RZ Cas (GEA 1989)

I periodi di variazione sono compresi tra i 0.2 e 10.000 giorni e l'ampiezza di variazione luminosa può essere di diverse magnitudini.

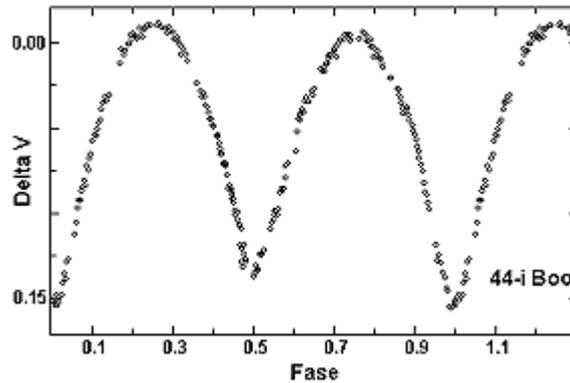
EB

Sono variabili eclissanti del tipo Beta Lyrae nei quali le componenti sono ellittiche e non è possibile precisare, nella curva di luce, l'inizio e la fine delle eclissi. Il minimo secondario si osserva in tutti i casi. I periodi di variazione sono generalmente inferiori al giorno mentre la variazione luminosa non supera mai le 2 magnitudini (nel minimo primario). Per regola generale queste stelle hanno componenti di classe spettrale poco avanzata (B o A).



EW

Le variabili eclissanti del tipo W Ursa Majoris sono variabili eclissanti con periodi inferiori al giorno. Il sistema è formato da stelle ellissoidali a contatto che creano una curva di luce in cui è impossibile stabilire l'istante di inizio e di fine dell'eclisse. La profondità del minimo primario e di quello secondario sono quasi uguali o uguali. L'ampiezza luminosa è generalmente inferiore a 0.8 mag. Le componenti di questo sistema sono generalmente di tipo spettrale F o G o più avanzato.



CLASSIFICAZIONE IN BASE ALLE CARATTERISTICHE FISICHE

GS

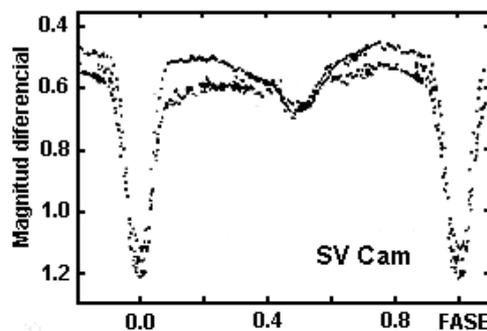
Si tratta di sistemi in cui una o tutte e due le componenti sono giganti o supergiganti; una delle due componenti può appartenere alla sequenza principale.

PN

In questo sistema una delle due componenti è la stella centrale di una nebulosa planetaria (UU Sge)

RS

Si tratta di sistemi del tipo RS Canes Venaticorum. Una proprietà significativa di questo sistema è la presenza nello spettro di significative righe di emissione di H e K del CaII, di intensità variabile. Questo prova un'intensa attività cromosferica in queste stelle di tipo solare. Questi sistemi sono anche importanti sorgenti radio o X. Alcune hanno una curva di luce che mostra, fuori dall'eclisse, un'onda quasi sinusoidale la quale ampiezza e intensità varia nel tempo. La presenza di quest'onda, che viene denominata anche onda di distorsione, si spiega con la rotazione differenziale della superficie della stella la quale spesso è ricoperta di macchie. Il periodo di movimento dei gruppi di macchie è molto vicino al valore di movimento orbitale, ma proprio questa piccola differenza porta l'onda a traslare nel tempo.



WD

In questo sistema le componenti sono nane bianche.

WR

In questi sistemi una delle componenti è una stella del tipo Wolf-Rayet (V444 Cyg).

CLASSIFICAZIONE IN BASE AL GRADO DI RIEMPIMENTO DEI LOBI DI ROCHE

AR

Si tratta di sistemi separati del tipo AR Lac, nei quali le due componenti sono subgiganti che non riempiono le loro superfici equipotenziali.

D

Sono sistemi separati nei quali le componenti non riempiono i lobi di Roche interni.

DM

Questo sistema è formato da stelle separate appartenenti alla sequenza principale. Le due stelle non riempiono i lobi di Roche interni.

DS

Sono sistemi separati con una subgigante. La subgigante tuttavia non riempie il lobo di Roche interno.

DW

Sono sistemi simili alle KW (vedi oltre) ove però le componenti non sono a contatto.

K

Questi sistemi sono a contatto e le componenti riempiono le superfici critiche.

KE

Sono sistemi a contatto di tipo spettrale poco avanzato (da Oa A) le cui componenti sono prossime alla superficie critica.

KW

Si tratta di sistemi a contatto del tipo W Uma con componenti ellissoidali di tipo spettrale F o K, le componenti principali appartengono alla sequenza principale mentre la secondaria si trova in basso a sinistra del diagramma H-R

SD

Sono sistemi semi separati (Semi-detached) e la superficie della componente subgigante, la meno massiccia, è prossima al lobo di Roche interno.

11.6 SORGENTI DI RAGGI X

Tipo X

I sistemi binari di raggi X sono fonti di radiazione di raggi X variabili e che non appartengono o non hanno caratteristiche comuni agli altri tipi di stelle variabili. Una delle componenti di questi sistemi binari è un oggetto compatto estremamente caldo (nana bianca, stella di neutroni o buco nero). L'emissione di raggi X è provocata dalla caduta di materiale dalla componente fredda verso la componente calda o attorno al disco di accrescimento della componente calda. La radiazione X torna verso la compagna fredda per essere riemessa nuovamente con una frequenza più bassa e quindi nello spettro visibile. Questo porta a un comportamento estremamente complesso della

variazione di luce del sistema binario che ha ovviamente una forte emissione nei raggi X. Questi oggetti sono divisi in sottoclassi come:

Tipo XB

Sono denominate anche stelle "Burster X". Sono sistemi binari vicini che mostrano sovente esplosioni nei raggi X e nell'ottico, che variano da alcuni secondi a 10 minuti con un'ampiezza dell'ordine di 0.1 mag. (V801 Ara, V326 Sco).

Tipo XF

Sono sistemi X fluttuanti che mostrano rapide variazioni nei raggi X (Cyg X1) e nell'ottico (V921 Ara) nello spazio di alcuni decimi di secondo.

Tipo XI

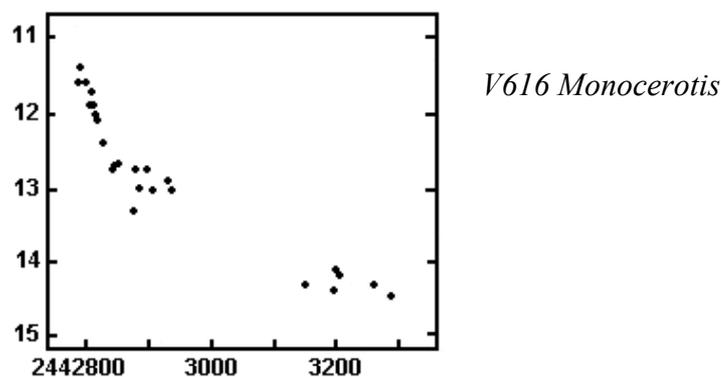
Sono fonti di radiazioni X irregolari. Si tratta di un sistema binario molto vicino formato da un oggetto molto caldo circondato da un disco di accrescimento e da una nana di tipo spettrale dA-dM. Mostrano variazioni luminose nell'arco di alcuni minuti o ore dell'ampiezza di una magnitudine

Tipo HJ

Queste binarie a raggi X si caratterizzano per la presenza di getti relativistici evidenti nell'osservazione ai raggi X e nel dominio radio.

Tipo XND

I sistemi XND mostrano fenomeni passeggeri simili a quelli delle novae. Un oggetto caldo e massiccio è accompagnato da una nana o una subgigante di tipo spettrale G/M. Occasionalmente questi sistemi aumentano la propria magnitudine da 4 a 9 volte nel visuale e nei raggi X senza espulsione di materia. La crisi può durare vari mesi (V616 Mon).



Tipo XNG

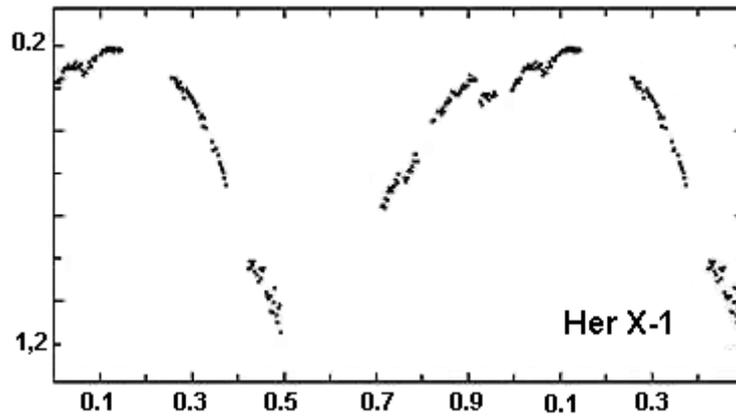
Sono sistemi che emettono nei raggi X in maniera transitoria e sono simili alle novae. Il sistema è composto da una stella primaria gigante o supergigante di tipo spettrale poco avanzato e da un oggetto molto caldo come compagno. Dopo la crisi la materia eiettata dalla stella primaria cade sopra il compagno caldo producendo l'apparizione della radiazione X. L'ampiezza luminosa è dell'ordine di 1 o 2 magnitudini (V725 Tau).

Tipo XP

Le stelle XP sono pulsanti X. La stella principale è solitamente una supergigante ellissoidale di tipo spettrale poco avanzato. L'effetto di riflessione è molto debole e la variazione luminosa è causata principalmente dalla rotazione della componente principale ellissoidale. I periodi di variazione di luminosità vanno da 1 a 10 giorni mentre l'ampiezza luminosa non eccede in genere il decimo di magnitudine (Vel X1= GP Vel)

Tipo XPR

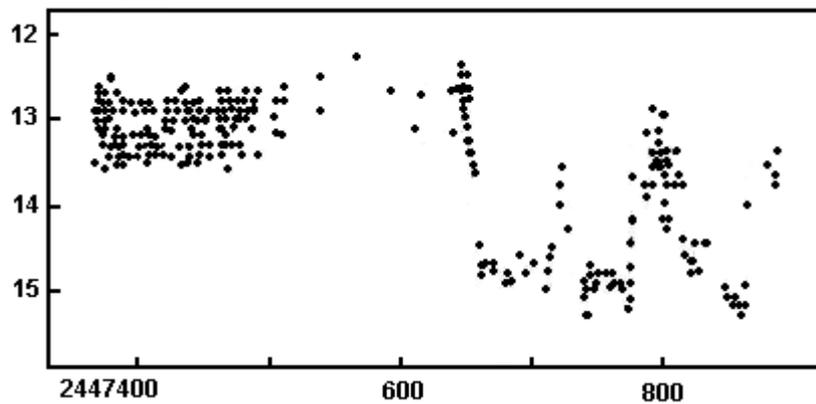
Le XPR sono pulsanti X caratterizzate da un effetto di riflessione. Il sistema è costituito da una stella primaria di classe da dB a dF e da una pulsar X, che può essere anche una pulsar ottica. .



Her X-1. Curva di luce di Enrique Garcia

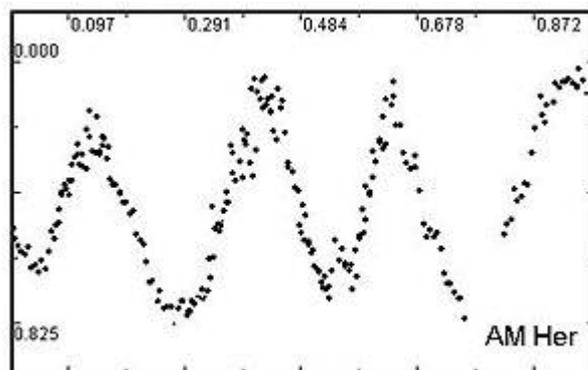
Tipo XPRM

Questo sistema è formato da una nana di classe spettrale avanzata e una pulsar con forte campo magnetico. L'accrescimento della materia sopra i poli magnetici della componente principale è accompagnata da una polarizzazione lineare e circolare variabile della radiazione. Per questa ragioni questi sistemi sono spesso denominati “polari”.



AM Her

L'ampiezza della variazione luminosa è solitamente di una magnitudine, però se la componente principale è irradiata da raggi X, la luminosità media del sistema può aumentare di 3 magnitudini e l'ampiezza totale può arrivare a 3 o 4 magnitudini.



AM Her, periodo orbitale di 0.129 giorni

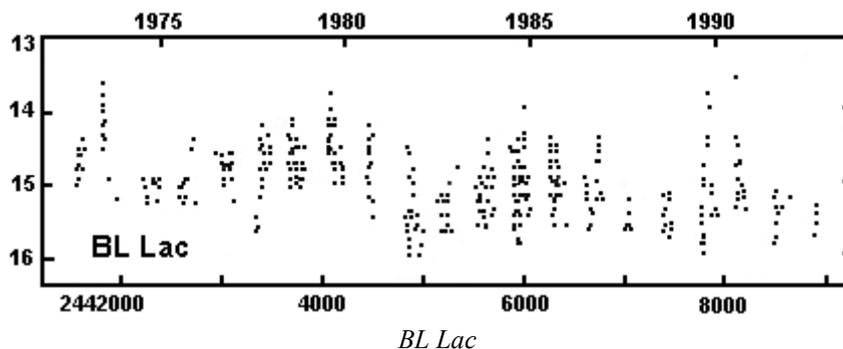
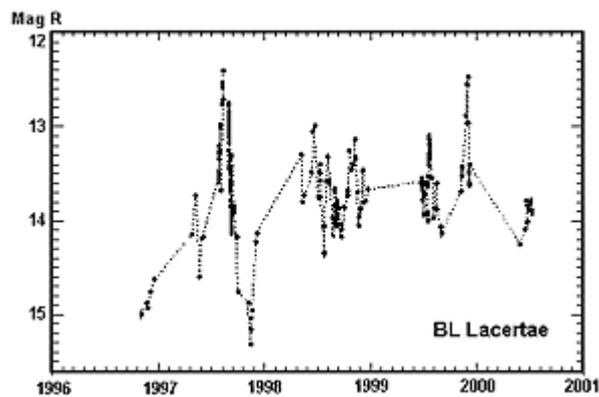
11.7 ALTRE VARIABILI

Oltre alla classificazione vista sopra si utilizzano altri simboli per descrivere alcune sorgenti variabili che vale la pena di accennare.

| | |
|--------------------|-----------|
| BL LACERTAE | * |
| GAL | L: |
| QSO | S |

TIPO BL LACERTAE

Le BL Lacerate sono oggetti extragalattici di tipo BL Lacertae. Questi oggetti compatti si mostrano di forma stellare e hanno uno spettro continuo con deboli righe di emissione e assorbimento, cambi di luminosità relativamente veloci con ampiezza che arrivano anche a superare le 3 magnitudini. Sono intense fonti di radiazione X e di onde radio. La radiazione di questi oggetti mostrano una forte polarizzazione e variabilità sia nell'ottico che nell'infrarosso. Alcuni di questi oggetti catalogati erroneamente nel GCVS come stelle variabili saranno di sicuro ricatalogati in un'altra sottoclasse speciale.



Tipo CST

Si tratta di stelle che non sono variabili ma che sono state sopettate di esserlo ottenendo una catalogazione nel GCVS. Le osservazioni posteriori non hanno confermato la loro variabilità.

Tipo GAL

Sono fonti quasi stellari extragalattiche (nuclei di galassie attive) otticamente variabili e considerate erroneamente nel passato come stelle varaibili.

Tipo L:

Sono stelle poco studiate la cui designazione non è ancora sicura.

Tipo QSO

Sono fonti stellari extragalattiche (quasar) otticamente variabili che sono state considerate anteriormente come stelle variabili.

Tipo S

Si tratta di variabili poco studiate con veloci cambi di luminosità.

Tipo *

Il simbolo * indica una stella variabile unica la cui natura non è ancora stata scoperta e non rientra nelle normali classificazioni. Probabilmente si tratta dello stadio evolutivo di una variabile da un tipo a un'altro o di una nuova sottoclasse non ancora catalogata.

A. Calcolo di ε e conversione degli equinozi

A.1 CALCOLO DI ε

Per calcolare ε , bisogna prima trovare il valore

$$T = \frac{gg - 2415020}{36525}$$

dove **gg** è il giorno giuliano interessato. Il **T** trovato indica, in secoli giuliani di 36525 giorni, il tempo trascorso dal 0,5 gennaio 1900.

A questo punto l'obliquità dell'eclittica si trova come segue:

$$\varepsilon = 23^\circ,452294 - 0^\circ,0130125 \cdot T - 0^\circ,00000164 \cdot T^2 + 0^\circ,000000503 \cdot T^3.$$

Si presti attenzione al numero di zeri, e si effettuino le necessarie riduzioni per trovare un angolo compreso tra 0 e 360°.

A.2 CONVERSIONE DEGLI EQUINOZI

Trasformare le coordinate da un equinozio all'altro è molto semplice se si conosce il valore della **precessione** degli equinozi. Volendo un valore preciso, esso varia da stella a stella, e si può trovare sugli almanacchi astronomici; accontentandosi di un valore meno preciso, si può calcolare come segue:

$$\Delta\alpha = m + n \cdot \sin\alpha \tan\delta$$

$$\Delta\delta = n \cdot \cos\alpha$$

dove α e δ sono le coordinate della stella riferite all'equinozio di partenza (che di solito è uno di quelli standard 1950.0 o 2000.0) e devono essere trasformate in gradi centesimali (passaggio spiegato nel paragrafo 6.1).

Invece **m** e **n** sono due valori che variano molto lentamente nel tempo e sono dati rispettivamente da

$$m = 3^s,07234 + 0^s,00186 \cdot T$$

$$n = 20'' ,0468 - 0'' ,0085 \cdot T$$

dove il calcolo di **T** è spiegato nel precedente paragrafo.

Le quantità $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ trovate vanno moltiplicate per il numero di anni trascorsi dall'equinozio di partenza a quello desiderato e sommate (con il loro segno, perciò una quantità negativa va sottratta) alle coordinate originali. Si presti attenzione a convertire il valore in secondi di $\Delta\alpha$ in un opportuno valore in minuti e secondi, e il valore in secondi d'arco di $\Delta\delta$ in un valore in primi e secondi d'arco.

Questo metodo non è rigorosissimo, ma fornisce una discreta approssimazione.

B. Principi ed applicazioni elementari della fotometria stellare

B.1 CONCETTI INTRODUTTIVI

Poche nozioni sui fondamenti della fotometria stellare pongono il dilettante progredito in condizioni di comprendere chiaramente molte interessanti questioni connesse, e di risolvere con facilità vari problemi.

La nozione di **grandezza** apparente stellare risale ad Ipparco, seguito da Tolomeo. Una ventina di stelle, le più brillanti, furono classificate di **prima** grandezza; invece le numerose appena visibili ad occhio nudo furono dette di **sesta** grandezza; tutte le altre vennero classificate nelle quattro grandezze intermedie, in base alla semplice **impressione sensibile** dell'occhio dell'osservatore, che giudicava di costruire una scala regolare e una progressione aritmetica di intensità della sensazione. Questa divisione, nonostante la sua imperfezione iniziale, è rimasta a fondamento dei concetti moderni. La necessità di introdurre i decimali tra una grandezza e l'altra fu riconosciuta da Argelander nella preparazione del vasto catalogo di stelle boreali detto B.D. (**Bonner Durchmusterung**), terminato nel 1862 e poi esteso da Schönfeld fino al 23° grado di declinazione sud.

Una osservazione fondamentale era stata fatta verso il 1830 da **Sir J. Herschel** che notò come la progressione aritmetica delle successive grandezze apparenti corrisponde ad una progressione geometrica di luminosità (quantità di energia luminosa ricevuta dall'occhio) decrescenti; e precisamente che una stella di una certa grandezza è circa 2.5 volte più luminosa di una della grandezza successiva, e quindi una stella di prima grandezza è circa 100 volte più luminosa di una di sesta.

Si vedrà appresso che si è preferito quest'ultimo rapporto di luminosità 100, che da una grandezza alla successiva dà il rapporto $\sqrt[5]{100} = 2.512$. La ragione è piuttosto formale: $\log(\sqrt[5]{100}) = 0.4$ esattamente, mentre invece $\log(2.5) = 0.398$; e siccome la percezione oculare è quella di grandezza, che varia come il logaritmo della luminosità (c.f.r. i due paragrafi successivi), si dà la preferenza al logaritmo più semplice. L'osservazione di Sir J. Herschel introduce direttamente ai concetti moderni.

B.2 LEGGE DI FECHNER

Fechner enunciò intorno al 1851 sotto la forma più generale la legge che porta il suo nome: *le variazioni infinitesime ds delle impressioni sensibili sono proporzionali non alle semplici variazioni infinitesime d'intensità dI, ma a queste divise per le intensità stesse:*

$$ds = \varepsilon \frac{dI}{I} \quad (1)$$

dove ε è una costante che dipende evidentemente dall'unità di misura, o dalla scala delle intensità di sensazione s .

Conviene passare ad una forma più pratica della **legge di Fechner**; supponendo che I_0 corrisponda all'intensità sensitiva s_0 , mediante integrazione si ottiene $\int ds = \varepsilon \int \frac{dI}{I}$, e quindi:

$$s - s_0 = K \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (2)$$

o altrimenti

$$\frac{I}{I_0} = H^{(s-s_0)} \quad (3)$$

essendo K e H due costanti legate ad ε .

Sotto questa forma risalta con maggiore evidenza il seguente enunciato della legge di Fechner: *se lo stimoli I cresce in progressione geometrica, la sensazione corrispondente s cresce in progressione aritmetica*. La **Legge di Fechner**, detta **psicofisica**, è considerata applicabile alla sensibilità generale dell'organismo umano.

Due esempi, sia pure assai grossolani, per una immediata comprensione del concetto pratico, e con maggiore chiarezza riferibili al primo enunciato: non è facile distinguere dallo sforzo muscolare due pesi di 55 e 56 kg, quantunque la differenza sia di un intero kg; mentre è immediato distinguere 50 gr e 100 gr, quantunque la differenza sia di appena 50 gr. In un ambiente non rumoroso è possibile udire parlare sottovoce, mentre tra il rombo assordante di alcuni motori non si distinguono parole gridate forte.

B.3 LEGGE DI POGSON

Si tratta ora di tradurre direttamente le formule precedenti, quando alla generica s si sostituisca la grandezza apparente stellare m e ad I la luminosità l (quantità di luce ricevuta per unità di superficie nel tempo unitario).

Scelti ad arbitrio due valori numerici corrispondenti m_0 ed l_0 , i valori m ed l per una stella generica saranno, secondo la (2), legati dalla relazione

$$m - m_0 = K \cdot \log\left(\frac{l}{l_0}\right) \quad (4)$$

o anche, secondo la equivalente (3)

$$\frac{l}{l_0} = H^{(m-m_0)} \quad (5)$$

Pogson, intorno al 1850, si propose di stabilire con precisione una scala delle grandezze apparenti m , e di fissarne lo zero, ciò che avrebbe permesso di superare le soggettive arbitrarietà dei vecchi cataloghi. La prima condizione equivale a fissare il valore delle costanti K ed H , e Pogson assunse appunto con J. Herschel una stella di prima grandezza essere 100 volte tanto luminosa quanto una di sesta. Alle grandezze m ed $m+1$ successive corrispondano le luminosità l_m ed l_{m+1} ; siccome dalle formule ora scritte il rapporto l_m / l_{m+1} è costante (qualunque sia m), l'espressione di Pogson $l_1 / l_6 = 100$ equivale a porre:

$$\frac{l_m}{l_{m+1}} = \sqrt[5]{100} = 2.512.$$

Si può particularizzare la (4) dicendo che $1 - 6 = K \log\left(\frac{l_1}{l_6}\right) = K \log 100$, da cui si ha:

$$K = - 2.500$$

(si noti di non confondere questo valore con $\sqrt[5]{100} = 2.512$).

In questo modo si può dare forma definitiva alla **legge di Pogson**:

$$m - m_0 = -2.500 \cdot \log\left(\frac{l}{l_0}\right) \quad (6)$$

od anche (trovando H):

$$\frac{l}{l_0} = 0.398^{(m-m_0)} \quad (7)$$

equazioni equivalenti in cui figurano quattro variabili e che permettono quindi di trovarne una, date le altre; ma in pratica conviene riferirsi alla forma (6), poiché in generale per il calcolo numerico conviene passare per i logaritmi.

Date le differenze dei vecchi cataloghi, era ancora da fissare lo zero, cioè stabilire senza ambiguità la grandezza $m = 0$; questo scopo è stato raggiunto da Pogson assumendo di 6^a grandezza il complesso di stelle classificate come tali nella B.D..

B.4 FONDAMENTI DELLA DETERMINAZIONE FOTOMETRICA DELLE m

Fissando due valori corrispondenti m_0 ed l_0 , la (6) o la (7) restano con due sole variabili, e si può dedurre la m in base alla semplice determinazione fotometrica della l . La stella polare non ha variazioni sensibili di splendore; inoltre per uno stesso luogo è sempre circa alla stessa altezza sull'orizzonte; per cui dall'Osservatorio di Harvard è stata assunta come termine di confronto fotometrico, fissando per essa

$$m_0 = 2.12 \quad \text{ed} \quad l_0 = 1.$$

È da tenere presente che questa grandezza è determinata a meno di 0.01 grandezze, sempre in riferimento alla scala normale di Pogson definita nel paragrafo precedente. Allora la (6) dà immediatamente per una stella generica la grandezza in funzione della luminosità:

$$m = 2.12 - 2.500 \cdot \log l \quad (8)$$

Il confronto fotometrico con la stella polare offre dunque un riferimento assai utile praticamente. La scala di grandezza fissata, detta *scala normale* o *fotometrica di Harvard* è universalmente accettata.

Grandi luminosità conducono ad estendere la scala di Pogson alle grandezze negative, con l'applicazione in ogni caso della (8) o delle formule precedenti, che non dà luogo a nessuna difficoltà. Così "grandezza 0" vuol dire luminosità 2.512 volte maggiore della "grandezza 1"; $m = -1$ vuol dire luminosità 2.512 volte maggiore che non $m = 0$, e così di seguito.

Per riferirsi alle unità fisiche correnti è da ricordare che una *candela decimale* posta ad 1 km di distanza appare di $m = 0.82$.

Si possono considerare anche le *grandezze fotografiche* che differiscono dalle visuali poiché le lastre fotografiche ordinarie risentono il massimo effetto dalle radiazioni di breve lunghezza d'onda. Il punto zero della scala fotografica è stato assunto in modo da dare per le stelle con spettro A0 tra le grandezze 5.5 e 6.5 lo stesso valore per grandezze sia visuali che fotografiche. È anche da tener presente che le grandezze fotografiche vengono a dipendere dalle caratteristiche delle lastre usate. Ma si rinvia per queste parti ai trattati speciali.

B.5 GRANDEZZE ASSOLUTE

Si può applicare la formula (6) di Pogson ad una stessa stella, immaginata alla distanza effettiva ed ad una distanza campione; se per distanza campione si assume quella di 10 parsec (pc) allora la grandezza apparente a questa distanza viene detta *grandezza assoluta*, e si denota con M .

Si può rapportare la distanza d alla parallasse π mediante la formula $d = \frac{1}{\pi}$, ma solo quando π sia espressa in radianti; siccome π viene usualmente espressa in secondi d'arco, si ha che, essendo $1 \text{ radiante} = 206265''$, $d = \frac{206265}{\pi}$. Ad una distanza di 10 pc si ottiene una parallasse $\pi = 0''1$.

La luminosità varia in ragione inversa al quadrato della distanza, e cioè in ragione diretta al quadrato della parallasse; quindi la formula di Pogson dà:

$$M - m = -2.5 \log \frac{L}{l} = -2.5 \log \left(\frac{0.1}{\pi} \right)^2$$

$$M - m = -5(\log 0.1 - \log \pi)$$

$$M = m + 5 + 5 \log \pi.$$

L'applicazione è così immediata.

B.6 APERTURA DEGLI OBIETTIVI ASTRONOMICI

Come si è detto, da una grandezza stellare alla successiva, la luminosità varia nel rapporto 2.512:1; se un obiettivo permette di vedere (o di fotografare in un certo tempo) una stella di grandezza m , per vedere (o fotografare nello stesso tempo di prima) una stella di grandezza $m + 1$ occorre un obiettivo di superficie 2.512 volte maggiore, cioè di diametro $\sqrt{2.512} = 1.58$ volte maggiore. Si ritiene generalmente che in favorevoli condizioni un obiettivo di un pollice di diametro (2.54 cm) permetta di vedere le stelle fino alla 9^a grandezza. Si deduce subito che per giungere alla 12^a grandezza occorre un obiettivo di $1.58^{12-9} = 1.58^3 = 4$ pollici; per vedere quelle di 17^a grandezza, occorre un obiettivo di $1.58^8 = 39$ pollici (l'equatoriale di Yerkes è 40 pollici); per giungere alla 19^a grandezza occorre un obiettivo di $1.58^{10} = 97$ pollici (telescopio maggiore di Monte Wilson, 100 pollici). In base allo stesso rapporto, il telescopio del Monte Palomar permetterebbe di raggiungere e superare la 20^a grandezza.

In realtà le perdite di luce subite dai sistemi ottici non permettono di raggiungere il limite teorico e le condizioni d'osservazione sono raramente ideali. Con la fotografia, per la possibilità di posare quanto a lungo si vuole, si sorpassano i detti limiti. Ma non si può neanche con la fotografia eccedere un certo limite, perché la luminosità del cielo notturno vela le lastre durante le pose lunghissime. Secondo Stebbins, Elvey Roach, Rudnick, la luminosità del fondo cielo (esclusa la luminosità stellare) corrisponde in media alla 22^a grandezza circa per secondo quadrato.

C. Limiti di magnitudine di telescopi e binocoli

| | SEEING | OCCHIO | BINOC. | TEL. 6" | TEL. 10" | TEL. 12" |
|------------------|--------|--------|--------|---------|----------|----------|
| CITTA' | MEDIO | 3.2 | 6 | 10.5 | 12 | 13 |
| | OTTIMO | 4 | 7.2 | 11.3 | 13.2 | 14.3 |
| CIELO SUB URBANO | MEDIO | 4.8 | 8 | 12 | 13.5 | 14.5 |
| | OTTIMO | 5.5 | 9.9 | 12.9 | 14.3 | 15.4 |
| CIELO SCURO | MEDIO | 6.2 | 10.6 | 12.5 | 14.7 | 15.6 |
| | OTTIMO | 6.7 | 11.2 | 13.4 | 15.6 | 16.5 |

In questa tabella puoi vedere la magnitudine limite per tipo di telescopio e di cielo che hai a disposizione.

RICORDA: gli osservatori esperti non perdono molto tempo con stelle al limite del proprio strumento. Meglio una misura sicura di una stella ben visibile che una imprecisa di una stella appena visibile.

D. Finestra osservativa ordinata per A.R.

Al fine di ottenere il massimo dalle nostre sessioni osservative è utile conoscere la “*finestra osservativa*” del giorno in cui decidiamo di uscire a osservare le stelle variabili.

Sappiamo infatti che solo le stelle circumpolari sono osservabili tutto il periodo dell’anno mentre le altre stelle sono visibili solo durante una finestra temporale.

Per pianificare la meglio le nostre campagne osservative sarà utile conoscere per ogni mese dell’anno quali longitudini celesti sono visibili:

| MESE | A.R. |
|-----------|-----------|
| GENNAIO | 1 – 9 h |
| FEBBRAIO | 3 – 11 h |
| MARZO | 5 – 13 h |
| APRILE | 7 – 15 h |
| MAGGIO | 11 – 18 h |
| GIUGNO | 13 – 19 h |
| LUGLIO | 15 – 21 h |
| AGOSTO | 16 – 23 h |
| SETTEMBRE | 18 – 2 h |
| OTTOBRE | 19 – 3 h |
| NOVEMBRE | 21 – 5 h |
| DICEMBRE | 23 – 7 h |

E. Scegliere le cartine AAVSO

Le cartine AAVSO sono state studiate in maniera tale che ogni osservatore possa utilizzare delle stelle di paragone ben visibili nel campo dell'oculare.

Ovviamente la scala dell'immagine dipende dal tuo telescopio.

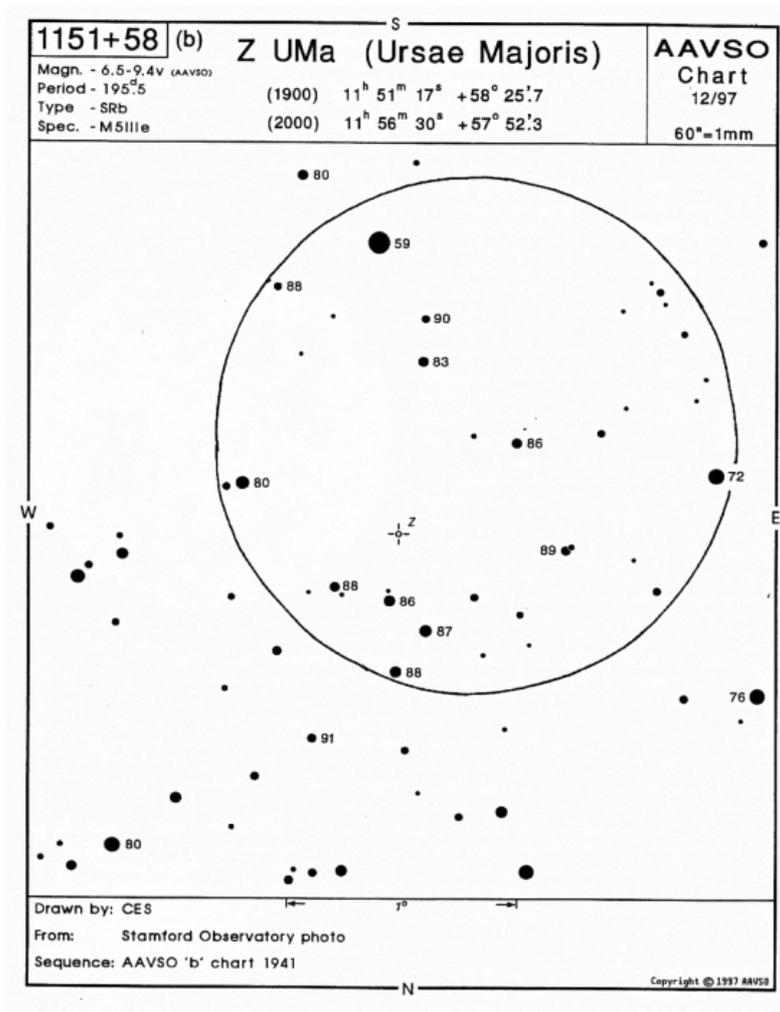
Piccoli telescopi o binocoli avranno bisogno di grandi campi stellati (da 3° a 15° gradi), mentre grossi telescopi a lunga focale avranno bisogno di campi molto ridotti (fino addirittura a 7.5 minuti d'arco).

Sotto è riportato uno schema semplificato dei tipi di scala utilizzata dall'AAVSO:

| <i>Scala carte AAVSO</i> | <i>minuti d'arco/mm</i> | <i>area</i> | <i>ottime per</i> |
|--------------------------|-------------------------|-------------|--------------------|
| <i>a</i> | 5 min. | 15° | binocoli/cercatori |
| <i>ab</i> | 2.5 min. | 7.5° | binocoli/cercatori |
| <i>b</i> | 1 min. | 3° | piccoli telescopi |
| <i>c</i> | 40 sec. | 2° | telescopi da 3-4" |
| <i>d</i> | 20 sec. | 1° | telescopi >4" |
| <i>e</i> | 10 sec. | 30 min. | grandi telescopi |
| <i>f</i> | 5 sec. | 15 min. | grandi telescopi |
| <i>g</i> | 2.5 sec. | 7.5 min. | grandi telescopi |

con questo schema potrai scegliere la scala da utilizzare per il tuo telescopio o binocolo.

Sotto è riportata una tipica cartina AAVSO:



In questa cartina potrai trovare tutte le informazioni che necessiti.

In alto a sinistra trovi la designazione della stella (Es.: 1151+58), la scala dell'immagine (Es.: b), subito sotto trovi il range di magnitudine, il periodo di variazione, il tipo di stella e la classe spettrale.

In alto al centro è indicato il nome della stella e sotto le coordinate al 1900 e 2000 (utilizza solo quelle del 2000). In alto a destra trovi la fonte della cartina (esempio: AAVSO) e subito sotto la data dell'ultima revisione.

La cartina nel centro contiene la variabile (sempre al centro della cartina) e le stelle di paragone sino al primo decimale senza virgola (per evitare che il punto sia confuso per una stella) così che ad esempio una stella di magnitudine 7.3 sarà indicata 73.

Infine in basso troverai alcune informazioni utili (altre variabili nel campo di vista ecc..).

F. La precisione del tempo nelle osservazioni delle variabili

Quando fai un'osservazione dovrai riportarne il tempo.

Innanzitutto ricordati di utilizzare il TEMPO UNIVERSALE (che in Italia è l'ora che leggi all'orologio +1 o +2 se è in vigore l'orario estivo).

Poi dovrai convertire quest'ora nel tempo giuliano JD.

La conversione può essere fatta scaricando il programmino dal nostro sito.

Ma quale precisione è richiesta nelle osservazioni di stelle variabili. Dipende dalla stella osservata.

Ecco uno schema:

| TIPI DI STELLA | PRECISIONE DEL TEMPO JD |
|-------------------------------|-------------------------|
| <i>CEFEIDI</i> | <i>4 decimali</i> |
| <i>RR LYRAE</i> | <i>4 decimali</i> |
| <i>RV TAURI</i> | <i>1 decimale</i> |
| <i>STELLE A LUNGO PERIODO</i> | <i>1 decimale</i> |
| <i>SEMIREGOLARI</i> | <i>1 decimale</i> |
| <i>CATACLISMATICHE</i> | <i>4 decimale</i> |
| <i>SIMBIOTICHE</i> | <i>1 decimale</i> |
| <i>RCrB al massimo</i> | <i>1 decimale</i> |
| <i>RCrb al minimo</i> | <i>4 decimali</i> |
| <i>BINARIE AD ECLISSI</i> | <i>4 decimali</i> |
| <i>ROTATIVE</i> | <i>4 decimali</i> |
| <i>STELLE IN OUTBURST</i> | <i>4 decimali</i> |
| <i>IRREGOLARI</i> | <i>1 decimale</i> |
| <i>SOSPETTE</i> | <i>4 decimali</i> |

G. I nomi delle stelle variabili

I nomi delle stelle variabili consistono sostanzialmente in una o due lettere greche seguite dall'abbreviazione del nome della costellazione (solitamente di tre lettere, vedi [nomi delle costellazioni](#)). Ci sono anche variabili che sono identificate con una nomenclatura tipo V746 Oph o V1668 Cyg. In questo caso erano esaurite tutte le combinazioni che le lettere potevano dare quindi si è passati ad un sistema alfanumerico. Ad esempio V745 Oph è la quattrocentoquarantacinquesima variabile scoperta nella costellazione dell'Ofiuco (per maggiori dettagli leggi sotto: Nomenclatura convenzionale delle stelle variabili).

Ci sono stelle che ottengono un nome temporaneo aspettando che ne sia dato uno ufficiale nel Catalogo delle Stelle Variabili (GCVS). E' l'esempio di N Cyg 1998 ovvero una nova scoperta nel Cigno nel 1998.

Quelle stelle, invece, che sono sospettate di essere delle variabili ma non hanno ancora ricevuto conferma vengono designate con nomi del tipo: NSV 251 o CSV 335. Le prime due lettere indicano il catalogo (ad esempio NSV= New Suspect Variable) mentre i numeri che seguono le lettere indicano la loro classificazione temporale.

Oltre alla sua designazione una stella variabile ha anche una classificazione dell'Harvard Designation. Questa catalogazione consiste nel riportare le coordinate AR e DEC della stella variabile.

Esempio: 2138+43 significa che questa stella variabile si trova alle coordinate AR: 21h 38m DEC:+43°

Può capitare che due stelle variabili abbiano le medesime coordinate, allora si procede nell'aggiungere una lettera greca:

Esempio: 2138+43A, 2138+43B ecc..

G.1 NOMENCLATURA CONVENZIONALE DELLE STELLE VARIABILI

I nomi delle stelle variabili sono scelti da una commissione della I.A.U. (International Astronomical Union). Solitamente l'assegnazione del nome avviene per ordine di scoperta della stella variabile per ogni costellazione. Se la stella è già identificata da una lettera Greca, questa mantiene il suo nome originario. La prima variabile, invece, scoperta in una data costellazione (e che non possiede una lettera Greca) viene identificata con la lettera **R** seguita dall'abbreviazione della costellazione. La seconda con **S**, la terza con **T** e così via sino alla lettera **Z**. Oltre la **Z** si inizia con la denominazione **RR** poi **RS** e così fino a **RZ**. Quindi **SS**, **ST**...**SZ**. Arriviamo fino alla denominazione **ZZ** e poi si ricomincia con **AA**, **AB** fino a **QZ** (la lettera **J** è sempre omessa).

Questo sistema può catalogare sino a 334 stelle, ma esistono costellazioni che hanno anche qualche migliaio di stelle variabili. Si utilizza quindi un altro sistema che consiste nell'assegnare una **V** seguita da un numero. Ovviamente la numerazione partirà da 335. Quindi potremo avere V335 Ori, V336 Ori e così via.

Questo sistema fu utilizzato la prima volta da Friedrich Argelander nel 1800. Scelse di iniziare con la lettera **R** per due motivi: le prime lettere dell'alfabeto erano già utilizzate per indicare altri oggetti celesti e le ultime lettere, invece, erano poco usate. Argelander credeva anche che le stelle variabili fossero un fenomeno raro nel cielo e determinò che ogni costellazione potesse contenere al massimo 9 variabili (non è stato proprio il nostro caso!).

H. Nomí delle costellazioni e loro abbreviazioni

| NOME | GENITIVO | ABBREV. | NOME | GENITIVO | ABBREV. |
|-----------------|-------------------|------------|------------------|-----------------|------------|
| Andromeda | Andromedae | And | Lacerta | Lacertae | Lac |
| Antlia | Antliae | Ant | Leo | Leonis | Leo |
| Apus | Apodis | Aps | Leo Minor | Leonis Minoris | LMi |
| Aquarius | Aquarii | Aqr | Lepus | Leoporis | Lep |
| Aquila | Aquilae | Aql | Libra | Librae | Lib |
| Ara | Arae | Ara | Lupus | Lupi | Lup |
| Aries | Arietis | Ari | Lynx | Lyncis | Lyn |
| Auriga | Aurigae | Aur | Lyra | Lyrae | Lyr |
| Bootes | Bootis | Boo | Mensa | Mensae | Men |
| Caelum | Caeli | Cae | Microscopium | Microscopii | Mic |
| Camelopardalis | Camelopardalis | Cam | Monoceros | Monocerotis | Mon |
| Cancer | Cancri | Cnc | Musca | Muscae | Mus |
| Canes Venatici | C. Venaticorum | CVn | Norma | Normae | Nor |
| Canis Major | Canis Majoris | CMa | Octans | Octantis | Oct |
| Canis Minor | Canis Minoris | CMi | Ophiuchus | Ophiuchi | Oph |
| Capricornus | Capricorni | Cap | Orion | Orionis | Ori |
| Carina | Carinae | Car | Pavo | Pavonis | Pav |
| Cassiopeia | Cassiopeiae | Cas | Pegasus | Pegasi | Peg |
| Centaurus | Centauri | Cen | Perseus | Persei | Per |
| Cepheus | Cephei | Cep | Phenix | Phoenicis | Phe |
| Cetus | Ceti | Cet | Pictor | Pictoris | Pic |
| Chamaeleon | Camaleontis | Cha | Pisces | Piscium | Psc |
| Circinus | Circini | Cir | Piscis Austrinus | Piscis Austrini | PsA |
| Columba | Columbae | Col | Puppis | Puppis | Pup |
| Coma Berenices | Comae Berenices | Com | Pyxis | Pyxidis | Pyx |
| Corona Austrina | Coronae Austrinae | CrA | Reticulum | Reticuli | Ret |

| | | | | | |
|-----------------|------------------|------------|----------------|---------------|------------|
| Corona Borealis | Coronae Borealis | CrB | Sagitta | Sagittae | Sge |
| Corvus | Corvi | Crv | Sagittarius | Sagittarii | Sge |
| Crater | Crateris | Crt | Scorpius | Scorpii | Sco |
| Crux | Crucis | Cru | Sculptor | Sculptoris | Scl |
| Cygnus | Cygni | Cyg | Scutum | Scuti | Sct |
| Delphinus | Delphini | Del | Serpens | Serpentis | Ser |
| Dorado | Doradus | Dor | Sextans | Sextantis | Sex |
| Draco | Draconis | Dra | Taurus | Tauri | Tau |
| Equuleus | Equulei | Equ | Telescopium | Telescopii | Tel |
| Eridanus | Eridani | Eri | Triangulum | Trianguli | Tri |
| Fornax | Fornacis | For | Triangulum Aus | Trianguli Aus | TrA |
| Gemini | Geminorum | Gem | Tucana | Tucanae | Tuc |
| Grus | Gruis | Gru | Ursa Major | Ursae Majoris | UMa |
| Hercules | Herculis | Her | Ursa Minor | Ursae Minoris | UMi |
| Horologium | Horologii | Hor | Vela | Velorum | Vel |
| Hydra | Hydrae | Hya | Virgo | Virginis | Vir |
| Hydrus | Hydri | hyi | Volans | Volantis | Vol |
| Indus | Indi | Ind | Vulpecula | Vulpeculae | Vul |

I. Frequenza di osservazione delle stelle variabili

E' importante conoscere questo parametro per avere successo nell'osservazione delle stelle variabili. Osserva la tabella sottostante e scegli il tuo campo:

| TIPO DI STELLA | FREQUENZA DI OSSERVAZIONE |
|-----------------------|----------------------------------|
| Cefeidi | ogni notte serena |
| RR Lyrae | ogni 10 minuti |
| RV Tauri | una volta alla settimana |
| Mira | una volta alla settimana |
| Semiregolari | una volta alla settimana |
| Cataclismatiche | ogni notte serena |
| Simbiotiche | una volta alla settimana |
| R CrB al massimo | una volta alla settimana |
| R CrB al minimo | ogni notte serena |
| Binarie ad eclisse | ogni 10 minuti durante l'eclisse |
| Rotative | ogni 10 minuti |
| Stelle Flare | continuamente per 10-15 minuti |
| Irregolari | una volta alla settimana |
| Variabili sospette | ogni notte serena |

L. Codici AAVSO

Da utilizzare per indicare:

| CODICE | SIGNIFICATO |
|---------------|--|
| : | misura incerta |
| ? | non usare mai questo simbolo |
| A | usato atlante AAVSO |
| B | il cielo è luminoso, inquinamento luminoso, tramonto |
| F | metodo non convenzionale (sfocatura stella ecc..) |
| G | carte non-AAVSO, magnitudini GSC |
| H | foschia, nebbia ecc.. |
| I | identificazione della variabile incerta |
| J | carte non AAVSO, magnitudini Hipparcos |
| K | carte non AAVSO, specificare l'origine |
| L | variabile bassa nel cielo, alberi che ostruivano ecc |
| M | la Luna interferisce con la osservazione |
| N | posizione d'angolo |
| O | altro, deve essere specificato |
| R | colore raccomandato |
| S | interpolata la magnitudine per mancanza par. |
| T | carte non-AAVSO, con magnitudini Tycho |
| U | nuvole |
| V | stella al limite del telescopio |
| W | tempo, seeing cattivo in generale |
| Y | comportamento inusuale della stella (flare ecc..) |
| Z | possibile errore |

M. Preparazione della sequenza di confronto

La sequenza di confronto, sia che si tratti di carte per uso visuale che CCD o PEP, deve essere preparata seguendo criteri ben precisi e deve essere costantemente verificata ed aggiornata.

Non è infrequente, infatti, osservare che qualcuna delle stelle inizialmente presa come riferimento (e quindi supposta costante) sia in realtà variabile.

I criteri generali per la preparazione “in proprio” di cartine e sequenze di confronto sono questi:

- Ricerca di stelle con magnitudini che coprano il più possibile l'intervallo di variazione della stella, comprese alcune stelle che siano di magnitudine inferiore e superiore ai due estremi dell'intervallo, in modo che, se la sequenza è preparata per uso visuale, sia sempre possibile effettuare una stima con il metodo di Argelander o comunque con il metodo frazionario. Vanno bene anche stelle che siano della stessa magnitudine degli estremi dell'intervallo, ma in alcuni casi non sarà possibile evidenziare con precisione delle variazioni della stella al di fuori del *range* conosciuto (ma solo stabilire che la stella è più debole o più brillante rispetto ai valori noti). In generale, sotto questo punto di vista, sarebbe bene avere stelle che differiscono di poco (diciamo di 0.2-0.3 magnitudini) l'una dall'altra in modo da avere una copertura più continua possibile del *range* della stella. Ovviamente la spaziatura delle stelle di confronto dipenderà anche dall'intervallo che si deve coprire, oltre che dal campo dello strumento che si deve impiegare e dall'indice di colore, come vedremo sotto.
- Vicinanza alla variabile. Le condizioni ideali di osservazione sarebbero quelle in cui le stelle di confronto sono sufficientemente vicine alla variabile, in modo che tutte siano comprese nello stesso campo di osservazione. Questo è vero in particolare per chi effettua misure di magnitudine in CCD o PEP, dato che non è opportuno spostare lo strumento per centrare una volta l'una e una volta l'altra stella. In questo gioca un ruolo importante il tipo di strumento e, soprattutto, il campo inquadrato dal sensore CCD. Per l'osservazione visuale il problema è meno stringente, anche se, come regola, è bene cercare di evitare spostamenti del campo di osservazione perché ciò costringerebbe l'osservatore a memorizzare la luminosità di una stella per poi confrontarla con un'altra (introducendo così un possibile errore nella stima).
- Indice di colore. Questo problema è particolarmente importante per le osservazioni visuali dato che l'occhio umano ha sensibilità diversa, oltre che alle diverse intensità luminose, anche per i diversi colori (si veda a proposito il paragrafo relativo alla calibrazione delle osservazioni visuali). Come regola, comunque, qualunque sia il metodo usato per la determinazione della magnitudine, è bene scegliere, se possibile, stelle di confronto che abbiano un indice di colore più vicino possibile a quello della variabile, in modo da minimizzare l'errore legato alla differenza di colore. In caso contrario può essere utile introdurre delle stelle di diverso colore da utilizzare per la calibrazione.

Vediamo ora dove reperire i dati necessari per la scelta delle stelle.

Per prima cosa dobbiamo verificare le caratteristiche della stella variabile che intendiamo osservare. Per stelle già note la fonte principale di informazioni è rappresentata dal General Catalogue of Variable Stars (GCVS <http://www.sai.msu.su/groups/cluster/gcvs/gcvs/>), dove sono riportati i dati essenziali (coordinate, *range* di magnitudine, spettro, ecc.) Questo è il punto di partenza per stabilire quali dovranno essere poi le caratteristiche delle stelle di confronto, seguendo i criteri visti sopra. Un'altra fonte utile di informazioni, compresi i riferimenti bibliografici relativi a altri studi della stessa stella è rappresentata da SIMBAD (<http://simbad.u-strasbg.fr/sim-fid.pl>). Oltre a questi dati sarà possibile ricavare informazioni relative a diversi identificatori della stessa stella (ogni catalogo identifica le stelle in modo diverso). Alcuni dei programmi astronomici di uso comune (Sky Map, Cartes du Ciel ecc.), tanto per citarne alcuni) hanno già implementati alcuni dei cataloghi principali, in ogni caso è sempre bene verificare direttamente in rete.

Per avere la possibilità di cercare contemporaneamente in più cataloghi, selezionando anche il tipo di informazioni che vogliamo, è molto utile accedere a VizieR (<http://cdsweb.u-srasbg.fr/viz-bin/VizieR>) : da qui è possibile ricavare informazioni dettagliate su tutte le stelle comprese entro un certo raggio intorno alla variabile.

Per quanto riguarda i dati fotometrici necessari per la preparazione della sequenza di confronto, esistono diversi cataloghi di riferimento. Quando possibile sarebbe bene scegliere stelle per cui siano stati determinati i valori di magnitudine nella banda V di Johnson (soprattutto per le osservazioni visuali, amache per quelle CCD, solitamente effettuate in questa banda) con fotometria fotoelettrica (PEP oltre, naturalmente, all'indice di colore B-V. Un database dove è possibile reperire questo tipo di dati è il General Catalogue of Photometric Data (<http://obswww.unige.ch/gcpd/indexform.html>). Nel caso non siano presenti dati richiesti o questi siano espressi in sistemi fotometrici diversi, sarà necessario effettuare delle conversioni. Anche i cataloghi Tycho-2 e Hipparcos forniscono dati in questo senso, ma solitamente è necessario effettuare delle conversioni (ad esempio le magnitudini B_t e V_t del catalogo Tycho-2, non corrispondono esattamente alla magnitudini B e V nel sistema di Johnson). In questo caso un modo possibile di eseguire la conversione, mantenendo una precisione accettabile, almeno per le osservazioni visuali (ma nella pratica anche CCD) è questo :

$$V = V_t - 0.09(B_t - V_t)$$

$$B - V = 0.85(B_t - V_t)$$

Dal catalogo Hipparcos è possibile ricavare la magnitudine in banda V a partire dalla magnitudine indicata come Hp. Le informazioni per la conversione delle magnitudini del catalogo Hipparcos (Hp) in banda V si possono trovare al sito : http://ar.geocities.com/varsao/conversion_entre_hp.html E' importante precisare che , se abbiamo a che fare con stelle rosse, (classi spettrali M, S, C ad esempio), la trasformazione in magnitudini di banda V a partire dalle magnitudini di Hipparcos non è affidabile. Una volta individuate le stelle che soddisfano i criteri elencati sopra , conviene verificare se intorno alla posizione nota per ciascuna stella , sono segnalate stelle variabili (o, se qualcuna di queste, risulta variabile) per evitare confusione nel momento in cui viene effettuata la stima. Attraverso il GCVS è possibile ricavare questo tipo di informazioni, effettuando una ricerca entro un certo raggio (ragionevolmente piccolo, per evitare sovrapposizioni) intorno alla stella.

N. Calibrazione delle osservazioni visuali

Il metodo in questione è stato esposto al meeting dell' AAVSO dell' autunno 2004 da S. Otero. E' stato dimostrato che , con opportuni accorgimenti, è possibile aumentare la precisione intrinseca delle stime visuali. Il principio generale è quello di effettuare una calibrazione *prima* di effettuare la stima, utilizzando l'occhio come un vero e proprio fotometro.

L'occhio umano ha una sensibilità variabile ai diversi colori e alle diverse intensità luminose. In generale possiamo dire che la retina presenta due tipi diversi di recettori: i coni, in grado di vedere i colori ma dotati di bassa sensibilità (e quindi utilizzati nella visione diurna o, nel nostro caso, per stelle molto luminose) ed i bastoncelli, ciechi ai colori ma dotati di grande sensibilità e quindi in grado di rispondere anche a stimoli luminosi deboli. I primi sono localizzati in un'area ristretta della retina (fovea) e vengono impiegati nella visione diretta, fornendo una immagine nitida e puntiforme della stella, i secondi sono distribuiti su una ampia area e sono utilizzati nella visione distolta, ma forniscono una immagine meno netta.

Da questo appare evidente che i fattori importanti nella stima di magnitudine sono diversi e , in particolare:

- La luminosità della stella
- Il colore
- Il tipo di visione impiegato (diretta o distolta)
- La luminosità del fondo cielo
- Magnitudine limite dello strumento
- Differenze di sensibilità fra diversi osservatori

I diversi fattori interagiscono tra loro in modo variabile a seconda delle condizioni. Una prima regola generale da tenere sempre presente è che la variabile e le stelle di confronto devono essere osservate *sempre nello stesso modo* (cioè con lo stesso tipo di visione) e, se possibile, sempre nelle stesse condizioni (strumento, ingrandimento ecc.).

In linea generale è preferibile utilizzare il più possibile la visione diretta. Questo implica che l'occhio sia stimolato a sufficienza e quindi che si sia sufficientemente lontani dalla magnitudine limite dello strumento utilizzato, in modo che le immagini stellari siano sufficientemente luminose. Come regola è sempre conveniente rimanere distanti tra le 2 e le 4 magnitudini dal valore di magnitudine limite per lo strumento, in modo da ottenere una stimolazione sufficiente ma non eccessiva.

Come risultato delle diverse caratteristiche dei recettori della retina (compreso il massimo di sensibilità, che per i coni è intorno ai 555 nm e per i bastoncelli è circa a 507 nm, quindi verso lunghezze d'onda più spostate verso l'azzurro) avremo che una stella azzurra o bianca apparirà più brillante in visione distolta, mentre le stelle rosse o arancio appariranno più brillanti in visione diretta, tutto ciò *a parità di magnitudine*.

E' evidente che il colore gioca un ruolo molto importante e per questo sarebbe bene scegliere delle stelle di confronto il più possibile simili, per indice di colore, alla variabile.

La luminosità del fondo cielo influisce perché se lo sfondo è leggermente luminoso, vengono facilmente attivati i coni e viene ridotta la sensibilità dei bastoncelli della retina, "costringendo" alla visione diretta (ottenendo quindi una immagine più nitida). Per questo motivo le stelle blu appariranno più deboli su un fondo cielo luminoso, mentre le stelle rosse appariranno più brillanti: in questo caso è necessario compensare utilizzando una visione parzialmente distolta.

Quando invece si lavora molto vicini alla magnitudine dello strumento verranno attivati i bastoncelli e la visione sarà meno nitida perché saremo costretti ad usare una visione distolta. In questo caso può essere utile utilizzare un ingrandimento abbastanza alto in modo da aumentare il contrasto. Dovremo comunque tenere conto che in queste condizioni, oltre alla visione meno nitida, avremo anche un'apparente maggiore luminosità delle stelle blu rispetto a quelle rosse.

Ricordiamo anche che nel caso delle stelle rosse, sebbene si veda spesso consigliato, per ridurre i problemi legati all' *effetto Purkinje*, di sfuocare leggermente le immagini per ridurre i problemi legati alle differenze di colore, che in realtà questo metodo influisce in modo diverso su stelle di colore diverso: in sostanza, sebbene non si osservino differenze di colore fra le due immagini, non viene modificata la lunghezza d'onda delle radiazioni luminose che arrivano all'occhio, per cui le stime fatte in questo modo vanno prese con una certa cautela. L'unica differenza sarà legata al fatto che verranno stimolati meno i recettori per i colori ma rimarranno le differenze di sensibilità alle diverse lunghezze d'onda, introducendo ugualmente una incertezza nella stima. Per fare un esempio, sfuocando molto, una stella rossa tenderà a scomparire prima di una blu, anche se le due stelle hanno la stessa magnitudine. Questo implica che, generalmente, il metodo migliore è di osservare l'immagine a fuoco senza però soffermarsi troppo sulla stella.

Riassumendo, le condizioni di lavoro ideali sono:

- Sequenza con stelle di colore vicino alla variabile, che permette di effettuare le stime senza particolari aggiustamenti per le differenze di colore,
- Lontananza dalla magnitudine limite strumentale (2-4 magnitudini),

- Visione diretta,
- Osservazione della variabile e delle stelle di confronto alternativamente per non più di 1 secondo.
- Ingrandimento minimo utile per distinguere la variabile e per avere la variabile e le stelle di confronto nello stesso campo.

La visione distolta è consigliabile solo se si lavora al limite strumentale e si osservano stelle azzurre.

Detto questo, come ci comportiamo quando abbiamo stelle di confronto di colore molto diverso dalla variabile ? Il problema si pone soprattutto se abbiamo sequenze di confronto che contengono stelle con indice di colore molto diverso fra loro e rispetto alla variabile.

In questo caso può essere utile ricorrere ad un metodo di calibrazione della visione prima di effettuare la stima, per stabilire l'influenza delle differenze di colore in relazione alla magnitudine e adattare il tipo di visione.

Il primo passo consiste nel controllare le stelle che abbiamo scelto come confronto per la variabile e verificare che la loro differenza di luminosità corrisponda a quello che è riportato sulla cartina. In particolare, ammettendo che le stelle di confronto siano veramente costanti, è importante verificare che la loro differenza di magnitudine sia coerente con quella riportata sulla carta. Questo "esercizio" sulle stelle di confronto permette, tra l'altro, di verificare che le stelle siano effettivamente costanti (in caso di dubbio è opportuno scartarle, fino a verifica). Parallelamente a questo è necessaria una verifica delle differenze dovute al colore. Per fare questo sarà utile avere nella sequenza almeno due stelle di colore diverso ma con la stessa magnitudine: sarà allora necessario adattare la visione in modo tale da vedere le due stelle con la stessa luminosità, nonostante la differenza di colore. In questo modo saremo sicuri di utilizzare il tipo corretto di visione, che poi utilizzeremo per effettuare la stima. Ripetiamo che il metodo si presta bene soprattutto ai casi in cui la sequenza di confronto contiene stelle con indice di colore molto diverso tra loro. Negli altri casi sarà sufficiente verificare la coerenza delle differenze di magnitudine fra le stelle di confronto.

Per ulteriori dettagli si rimanda ai seguenti siti web:

<http://ar.geocities.com/varsao/>

<http://www.aavso.org/aavso/meetings/visworkshop.html>

Bibliografia

Bibliografia della prima parte del manuale capitoli (1-9)

- P. Giannone - *Elementi di astronomia*
- L. Rosino - *Stelle variabili*
- M. Hack - *Dove nascono le stelle*
- H.A. Smith - *RR Lyrae stars*
 - J.P. Cox - *Theory of stellar pulsation*

Bibliografia del capitolo 10

- [1] Maraziti A. *l'Astronomia*, n. **43**, 62 (1985)
- [2] Manual for visual observing variable stars. <http://www.aavso.org>
- [3] Baruffetti P., *l'Astronomia*, n. **101**, 49-51 (1990)
- [4] Baruffetti P., *l'Astronomia*, n. **66**, 52-53 (1987)
- [5] Foster G., *JAAVSO*, Vol. **24**, 117-121, (1996).
- [6] Tempesti P., *Giornale di Astronomia*, 191-200 (1977)
- [7] Belserene E. P., *JAAVSO*, Vol.**16**, 55-62, (1989).
- [8] Belserene E. P., *JAAVSO*, Vol.**17**, 123-129, (1988).
- [9] Cooley J. W., Turkey O.W., *Math. Comput.* **19**, 297-301 (1965)
- [11] Foster G., *AJ*, **112** (4), 1709-1729, (1996).
- [10] Foster G., *Astron. J.* **109** (4), 1889-1902 (1995)
- [12] Grossman A, Morlet J. *SIAM J. Math. Anal.* **15**, 723 (1984)
- [13] Kovacs G., *ApSS*, **78**, 175 (1981)
- [14] <http://www.aavso.org/data/software>
- [15] Percy J.R. , *Bulletin of American Astronomical Society*, **33**, 849 (2001)
- [16] Scargle J.D., *ApJ*, **343**, 874-887 (1989)
- [17] Santini S., *Astronomia*, n.**6**, 48-49 (2005)
- [18] Santini S., *Astronomia*, n.**6**, 45-47 (2005)

- [19] Baruffetti P., *l'Astronomia*, n. **53**, 50-51 (1986)
- [20] Baruffetti P., *l'Astronomia*, n. **45**, 55-56 (1985)
- [21] Baruffetti P., *l'Astronomia*, n. **97**, 52-53 (1990)
- [22] Templeton M., *JAAVSO*, Vol. **32**, 41-54, (2004)
- [23] <http://www.astro.univie.ac.at/tops/Period04/>
- [24] <http://www.astro.utoronto.ca/~percy/index.html>
- [25] Percy J.R., Mohammed F., *JAAVSO*, Vol. **32**, 9-17, (2004)

Infine sono segnalati i più importanti siti internet im ,erito alle stelle variabili:

- www.grav.it
- www.stellevariabili.uai.it
- www.aavso.org
- www.skypub.com
- www.astrofili.org
- www.gacb.astrofili.org